بسم الله الرحمن الرحيم

وزارة التربية والتعليم

موقع الأيمان التعليمي

وظيفة معلم رياضيات

تنافسي / أضافي

تم التنسيق وإعادة الصياغة في موقع الأيمان التعليمي حيث ان بعض المعلومات الواردة في هذه الدوسية في ملفات ديوان الخدمة المدنية والجزء الأكبر بتشارك مع عدة مشرفين تربويين بهدف تقديم المعلومات المهمة والاساسية .

مكونات الدوسية

((كفاية تربوية ومهنية لتخصص الرياضيات))

((اختبارات – مصطلحات –قوانين))

موقع الايمان التعليمي

سليمان العلي ذيب الحوراني

ملاحظة 1 :

هذا العمل متاح على موقع الايمان التعليمي (www.alemancenter.com) وهي مجانية لجميع زوار الموقع .

ملاحظة 2 :

يسمح لاي موقع تعليمي اخر اعادة نشرها مع ذكر المصدر .

أولا

كفاية تربوية ومهنية

لتخصص الرياضيات

أهمية استخدام الكفايات

أختي المرشحة/ أخي المرشح:

إن العمل المبني على الكفايات يكتسب أهمية كبرى ومن مسوغاته:

1- تحقيق مبدأ الشفافية والنزاهة وتكافؤ الفرص في اختيار الأفضل لإشغال الوظائف في الخدمة المدنية.

2- تحقيق متطلبات نظام الخدمة المدنية الجديد رقم (9) لسنة 2020/ المادة 42 الفقرة (ز) والتي تم فيها اعتماد النقاط التنافسية في تأهل المرشحين للوصول إلى الامتحان التنافسي فقط. وأن التنافس بعد ذلك بين المرشحين للوظيفة يعتمد بشكل رئيس على حاصل جمع علامة الاختبار التنافسي بنسبة (80%) والمقابلة الشخصية بنسبة (20%).

3- ترسيخ الجهود التي تبذلها وزارة التربية والتعليم ودعمها لتحسين جودة التعليم في المدارس التابعة لها حيث يعتبر المعلم أهم المحاور في العملية التعليمية .

4- توفير مرجعية فنية ومهنية لمتطلبات إشغال وظيفة معلم وما يتطلبه ذلك من معارف ومهارات واتجاهات.

5- توفير مرجعية للتقييم الذاتي عند المعلم استعدادًا لعمليات التطور المهني التي يحتاجها تحت إشراف وزارة التربية والتعليم.

6- تحديد متطلبات التنمية المهنية والتدريب المهني الذي تقوم به وزارة التربية والتعليم لتحسين أداء المعلمين وكفاياتهم المهنية.

7- تحسين عمليات التقييم وإدارة الأداء الخاص بالمعلم.

8- تحقيق ربط التقدم والإرتقاء الوظيفي من خلال المسارات المهنية بالأداء الفعلي للمعلم والذي ينعكس بشكل مباشر على تحسين مستوى تعليم الطلبة وتجويد الخدمات التعليمية في بيئة عمل تنافسية مهنية و أجواء إيجابية محفزة .

الكفايات اللازمة لإشغال وظيفة معلم

عزيزتي المرشحة/ عزيزي المرشح:

تتضمن الكفايات اللازمة لإشغال وظيفة معلم رياضيات والتي سيتم اختبارك واختيارك على أساسها جملة من المعارف والمهارات والاتجاهات في المجالات والمحاور المبينة في الشكل التالي:-

الكفايات الوظيفية العامة

- الكفايات الجوهرية وتشمل كفايات
  إظهار الإحترام، التوجه نحو متلقي الخدمة، إظهار الموثوقية، تنمية الذات، تحقيق الأهداف والعمل بروح الفريق
- الكفايات العامة وتشمل خمس مجموعات رئيسية
  إدارة المعلومات، إدارة المهام، إدارة وتوجيه الأفراد، إدارة العلاقات، إدارة الوقت
- مهارات المعالجة العقلية واللفظية والمنطقية والرياضية والقدرات اللغوية

الكفايات المهنية لتخصص الرياضيات

- معرفة المعلم بالرياضيات
- تعلم وتعليم الرياضيات
- التفكير والتواصل الرياضي

الكفايات المعرفية لتخصص الرياضيات

- الاعداد والعمليات عليها
- الانماط والجبر والاقترانات
- الهندسة والقياس
- تحليل البيانات والاحتمالات

الكفايات التربوية العامة

- التربية والتعليم في الأردن
- الفلسفة الشخصية وأخلاقيات المهنة
- التعلم والتعليم
- بيئة التعلم
- التعلم للحياة

وفيما يلي تفصيل لهذه المحاور:

المحور الأول: الكفايات الوظيفة العامة

وهي مجموعة من الكفايات المشتركة بين موظفي الخدمة المدنية والتي حددها دليل الكفايات الوظيفية في الخدمة المدنية لسنة 2016 وتشمل الآتي :

- **مجال الكفايات الجوهرية:**

وهي الإتجاهات السلوكية والشخصية والقدرات الرئيسية الواجب توفرها في كافة موظفي الخدمة المدنية بغض النظر عن مستوياتهم الوظيفية أو فئتهم وهي كالآتي:

1- إظهار الإحترام.
2- التوجه نحو خدمة متلقي الخدمة. إظهار الموثوقية.
3- تنمية الذات.
4- تحقيق الأهداف.
5- العمل بروح الفريق.

- **مجال الكفايات العامة:**

وهي المعارف والمهارات والقدرات الأساسية الواجب توفرها لدى الموظف العام وفقاً لمستواه الإداري ودوره الوظيفي وتقسم إلى خمس مجموعات عامة:

(إدارة المعلومات. إدارة المهام. إدارة وتوجيه الأفراد. إدارة العلاقات. إدارة الذات)

- **مجال مهارات المعالجة العقلية واللفظية والمنطقية والرياضية والقدرات اللغوية.**

قد أعد ديوان الخدمة المدنية مصفوفة المؤشرات الخاصة بهذه الكفايات والتي تُبنى الأسئلة على أساسها ويمكن الرجوع لصفحة الديوان لمعرفة تفاصيل الكفايات الوظيفية العامة ومنهجية الإستعداد لها على موقع الديوان الالكتروني www.csb.gov.jo.

وللاستعداد لهذه الكفايات يمكن للمرشح العودة لمراجع الموارد البشرية ومنظومة النزاهة الحكومية وحوكمة القطاع العام وتطويره..

المحور الثاني: الكفايات الفنية الخاصة بوظيفة معلم

يتضمن هذا المحور الكفايات الفنية الخاصة بمهنة المعلم تحديدًا وقد تم استخلاصها من ميثاق مهنة التعليم المتضمن المعايير المهنية العامة والتخصصية للمعلم. حيث تم بناء مصفوفة كفايات لكل منهما وتم اشتقاق مؤشرات رئيسية وفرعية وإعطاؤها أوزانًا محددة وتم بناء الأسئلة وفقًا لتلك المؤشرات وتتضمن هذه الكفايات ثلاثة مجالات أساسية وهي:

1- **الكفايات التربوية العامة:** تشمل المعارف والمهارات والإتجاهات الواجب توافرها لدى جميع المعلمين، بغض النظر عن تخصصاتهم أو المراحل التعليمية التي يعملون بها. وقد تم استخلاص مجالاتها ومؤشراتها من ميثاق مهنة التعليم الجزء الثاني (المعايير الوطنية لتنمية المعلمين مهنيًا) المعتمدة من قبل وزارة التربية والتعليم. ويمكن الإطلاع على ميثاق مهنة التعليم من خلال الرجوع إلى موقع وزارة التربية والتعليم الالكتروني.

وللإطلاع على المحتوى المساند والإستعداد يمكن الرجوع إلى المراجع التربوية العامة في المجالات المحددة والأدبيات التربوية أو مواد تدريب المعلمين الجدد المنشورة على موقع وزارة التربية والتعليم الإلكتروني.

2- **الكفايات المعرفية التخصصية:** تشمل جميع المعارف التي يحصل عليها الفرد ضمن نطاق تخصصه الأكاديمي وتتضمن المعارف والمهارات المرتبطة بالتخصص الأكاديمي وما يتصل بها من ممارسات تدريسية فعالة. وتم استخلاص مجالاتها ومؤشراتها من الإطار العام للمناهج في وزارة التربية والتعليم، وعادةً يكون لهذه الكفايات الوزن الأعلى في العلامة النهائية للاختبار. وللاستعداد لها يمكن الرجوع للمحتوى الدراسي الأكاديمي في مراجع التخصص الجامعية، كما يمكن الاستئناس بالكتب المدرسية المقرة في وزارة التربية والتعليم.

3- **الكفايات المهنية للتخصص:** تتضمن المعارف والمهارات والقدرات التربوية والتدريسية الواجب توافرها لدى المعلم في مجال تخصصه والتي تختلف من تخصص إلى آخر وتم استخلاص مجالاتها ومؤشراتها من ميثاق مهنة التعليم الجزء الثالث (المعايير التخصصية). ويمكن الاطلاع عليه من خلال موقع وزارة التربية والتعليم الالكتروني.

منهجية بناء الكفايات والمؤشرات

لغايات بناء الإختبارات وأدوات التقييم المناسبة لقياس الكفايات، تم تجزئة الكفايات آنفة الذكر إلى مجالات رئيسية، وكل مجال رئيس تم تجزئته إلى مجالات فرعية، وكل مجال فرعي ينتمي إليه مجموعة من المؤشرات القابلة للقياس والملاحظة (كمية ونوعية). وتم إعطاء رمز لنوع الكفاية، ورمز للتخصص، ورمز للمجال الرئيس، ورمز للمجال الفرعي ورمز للمؤشر وبشكل متسلسل.

تم تحديد أوزان المجالات الرئيسية والفرعية من خلال وثيقة معايير التعلم ونتاجاته ومؤشرات أدائه المعتمدة في وزارة التربية والتعليم، وذلك من خلال تحديد عدد نتاجات التعلم العامة لكل مجال

رئيسي وفرعي ونسبتها في كل مجال. وفيما يلي عرض تفصيلي للكفايات ومجالاتها ومؤشراتها لوظيفة معلم رياضيات:

الكفايات التفصيلية لوظيفة معلم رياضيات

أولاً: الكفايات التربوية العامة

3. الكفايات التربوية العامة

1.3 وظيفة معلم

المجال الرئيس	وزن المجال الرئيس	المجال الفرعي	المؤشرات	الوزن النسبي النهائي
1 .1.3 التربية والتعليم في الأردن	13٪	1.1.1.3 رؤية وزارة التربية والتعليم ورسالتها	1.1.1.1.3 يطلع على رؤية ورسالة وأهداف والقيم الجوهرية للوزارة. 2.1.1.1.3 يلتزم بإنجاح المشروعات والخطط المنبثقة عنها.	5%
		2.1.1.3 التشريعات التربوية	1.2.1.1.3 يطلع ويتقيد بالتشريعات التربوية ذات العلاقة بعمله باستمرار	5%
		3.1.1.3 اتجاهات التطوير التربوي	1.3.1.1.3 يطلع ويلتزم بأدواره المهنية المستندة على الاتجاهات التربوية التي يتبناها النظام التربوي باستمرار.	3%
3 .1 .2 الفلسفة الشخصية وأخلاقيات المهنة	8%	3 .1 .2 .1 رؤية المعلم ورسالته.	1.1.2.1.3 يستخدم رؤيته ورسالته المهنية لتحقيق دوره المهني.	4%
		3. 1 .2 .2 القيم والاتجاهات والسلوك المهني.	1.2.2.1.3 يلتزم بالسلوك المهني وبأخلاقيات المهنة 2.2.2.1.3 يلتزم بأدواره وفق وصفه الوظيفي	4%

المجال الرئيس	وزن المجال الرئيس	المجال الفرعي	المؤشرات	الوزن النسبي النهائي
3 . 1 . 3 التعلم والتعليم	44٪	1. 3 . 1 . 3 التخطيط للتعلم	1.1.3.1.3 يحلل محتوى المنهاج . 2.1.3.1.3 يخطط لتنفيذ المواقف التعليمية الصفية واللاصفية بما يحقق نتاجات التعلم وبما يراعي منظور النوع الإجتماعي 3.1.3.1.3 يقوم المواقف التعليمية الصفية واللاصفية بما يحقق نتاجات التعلم وبما يراعي منظور النوع الإجتماعي.	12٪
		2. 3 . 1 . 3 تنفيذ عمليات التعلم والتعليم	1. 2. 3 . 1 . 3 ينظم بيئة التعلم لتكون آمنة وجاذبة ومراعية للنوع الإجتماعي. 2.2.3.1.3 يتقبل الطلبة ويتعامل مع سلوكياتهم أثناء عملية التعليم .	12٪
		3. 3 . 1 . 3 تقويم التعلم	1.3.3.1.3 يقوم أداء الطلبة ويوظف إستراتيجيات وأدوات التقويم. 2 .3. 3 . 1 . 3 يحلل نتائج الاختبارات ويوثق البيانات والمعلومات الخاصة بالتقويم. 3. 3. 3 . 1 . 3 يعطي تغذية راجعة للطلبة.	20٪
4 . 1 . 3 بيئة التعلم	22٪	1. 4. 1. 3 الاوعية المعرفية.	1.1.4.1.3 يوظف الأوعية المعرفية ومصادر المعرفة المتنوعة لتحسين أداء الطلبة في المواقف التعلمية التعليمية. 2.1.4.1.3 يوظف تكنولوجيا المعلومات والاتصالات لتحسين أداء الطلبة في المواقف التعلمية التعليمية.	5%

المجال الرئيس	وزن المجال الرئيس	المجال الفرعي	المؤشرات	الوزن النسبي النهائي
3 .1 .4 بيئة التعلم	22٪	3 .1 .4 .2 الدعم النفسي الإجتماعي.	3.1.4.2.1 يتقبل طلبته من الناحية النفسية على اختلافاتهم ويتعامل مع المشكلات الصفية ومختلف سلوكات الطلبة. 3 . 1 . 4 . 2 .2 يوظف أنشطة تعلم تناسب احتياجات الطلبة النفسية بما يحفزهم على التعلم ويثير دافعيتهم. 3 . 1 . 4 . 2 .3 يوظف أنشطة تعلم تناسب احتياجات الطلبة الإجتماعية بما يحفزهم على التعلم ويثير دافعيتهم. 3 . 1 . 4 . 2 .4 يوظف أنشطة تعلم تناسب خصائص الطلبة النمائية بما يحفزهم على التعلم ويثير دافعيتهم.	12٪
		3 .1 .4 .3 الابتكار والإبداع.	3 . 1 . 4 . 3 .1 يستخدم إستراتيجات تدريس وتقويم للكشف عن مواهب الطلبة وتنمية الإبداع لديهم. 3 . 1 . 4 . 3 .2 يستخدم إستراتيجات تدريس وتقويم للكشف عن استعدادات الطلبة ، لتنمية الإبداع لديهم.	5%
3 .1 .5 التعلم للحياة.	13٪	3 . 1 . 5 . 1 البحث العلمي.	3 .1 .5 .1 .1 يستخدم خطوات البحث العلمي في المواقف التعليمية ويكسبها لطلبته.	5%

المجال الرئيس	وزن المجال الرئيس	المجال الفرعي	المؤشرات	الوزن النسبي النهائي
3 . 1 . 5 التعلم للحياة.	13٪	3 . 1 . 5 . 2 المهارات الحياتية.	3 .1.5.2 .1 يستخدم أنشطة تنمي المهارات الحياتية نحو (مهارات التواصل ، مهارات التعامل وإدراة الذات. ومهارات إدارة التعامل مع الضغوط. ومهارات حل المشكلات وصنع القرار ...الخ)	5%
		3 . 1 . 5 . 3 مسؤولية التعلم	3 .1.5.3 .1 يطلع على الكفايات لتطوير مسؤولية الطلبة تجاه تعلمهم الذاتي والمشاركة في الرأي والتفكير الناقد وإصدار الأحكام.	3%

ثانيا: الكفايات المعرفية لتخصص الرياضيات

1. كفاية المعرفة التخصصية

1.2 تخصص الرياضيات

المجال الرئيس	وزن المجال الرئيس	المجال الفرعي	المؤشرات	الوزن النسبي النهائي
1.1.1 الأعداد والعمليات عليها	8%	1.1.1.1 المصفوفات	1.1.1.1.1 يعرف بنية المصفوفة.	5%
			2.1.1.1.1 يعرف أنواع المصفوفات	
			3.1.1.1.1 يجري عمليات على المصفوفات.	
			4.1.1.1.1 يجد المحدد والنظير الضربي.	
			5.1.1.1.1 يحل أنظمة المعادلات باستخدام المصفوفات.	
		2.1.1.1 الرياضيات المالية	1.2.1.1.1 يميز الربح البسيط والمركب والمرابحة الإسلامية، ويجد جملة مبلغ الحالات الثلاثة.	3%
			2.2.1.1.1 يحسب خصم الكمبيالات وتطبيقه في المعاملات البنكية.	
			3.2.1.1.1 يعرف عمل السوق المالي، والأسهم والصكوك، ويحدد القيم الإسمية والقيم الفعلية لها والتغيرات في أسعارها.	
			4.2.1.1.1 يعرف بطاقات الائتمان والدفع المسبق ويوظفها في مواقف تحاكي إستعمالاتها الحقيقية.	

المجال الرئيس	وزن المجال الرئيس	المجال الفرعي	المؤشرات	الوزن النسبي النهائي
1.1.1 الأعداد والعمليات عليها	8%	2.1.1.1 الرياضيات المالية	5.2.1.1.1 يتخذ قرارات في مواضيع الدخل والإستثمار والإنفاق والقروض المالية.	3%
			6.2.1.1.1 يعرف عملية بيع وشراء الأسهم والسندات والأوراق المالية في السوق المالي ويحسب مقدار ربحه وخسارته.	
			7.2.1.1.1 يفهم الودائع لأجل وجملتها (شهر، 3 اشهر، 6 أشهر، سنة) ويختار الأفضل بعد المقارنة بينهما.	
			8.2.1.1.1 يعرف الايداع لأجل وأسعاره ويفاضل بينهما.	
2.1.1 الأنماط والجبر والاقترانات	48%	1.2.1.1 المقادير والمعادلات والمتباينات	1.1.2.1.1 يحلل مقادير جبرية.	10%
			2.1.2.1.1 يحل معادلات من الدرجة الثانية ومن الدرجة الثانية على صورة فرق بين مكعبين ومجموع مكعبين ويكتشف أنماطا ويعمم علاقات الأعداد التربيعية ويكتشف خصائص العلاقة من خلال النمط.	
			3.1.2.1.1 يحل نظام مكون من معادلتين بمتغيرين إحداهما خطية والأخرى تربيعية جبريا.	
			4.1.2.1.1 يحل نظاما مكونا من معادلتين بمتغيرين إحداهما خطية والأخرى تربيعية بيانيا.	
			5.1.2.1.1 يحل نظاما مكونا من معادلتين تربيعيتين بمتغيرين جبريا.	
			6.1.2.1.1 يحل نظاما مكونا من معادلتين تربيعيتين بمتغيرين بيانيا.	

المجال الرئيس	وزن المجال الرئيس	المجال الفرعي	المؤشرات	الوزن النسبي النهائي
2.1.1 الأنماط والجبر والاقترانات	48%	1.2.1.1 المقادير والمعادلات والمتباينات	7.1.2.1.1 يتحقق من حل أنظمة المعادلات بإستخدام برمجيات الحاسوب أو التطبيقات على الأجهزة الذكية.	10%
			8.1.2.1.1 يحل نظاما من متباينتين خطيتين بمتغيرين جبريا.	
			9.1.2.1.1 يمثل منطقة حل نظام مكون من متباينتين خطيتين بمتغيرين في المستوى الإحداثي.	
			10.1.2.1.1 يحل معادلات من الدرجة الرابعة على الأكثر بمتغير واحد.	
		2.2.1.1 الاقترانات	1.2.2.1.1 يعرف خواص كثيرات الحدود.	14%
			2.2.2.1.1 يميز الإقتران الواحد لواحد بيانيا.	
			3.2.2.1.1 يجمع ويطرح ويضرب كثيرات الحدود ويضع الناتج في أبسط صورة.	
			4.2.2.1.1 يقسم كثير حدود على كثير حدود بإستخدام خوارزمية القسمة التركيبية.	
			5.2.2.1.1 يقسم كثير حدود على كثير حدود بإستخدام خوارزمية القسمة المطولة.	
			6.2.2.1.1 يحلل كثيرات الحدود من الدرجة الرابعة بإستخدام نظرة الباقي والعوامل.	
			7.2.2.1.1 يجد مجال ومدى الإقتران النسبي.	
			8.2.2.1.1 يجد مجال ومدى الإقتران الكسري.	
			9.2.2.1.1 يجد قاعدة الإقتران الناتج عن عملية تركيب اقترانين .	

المجال الرئيس	وزن المجال الرئيس	المجال الفرعي	المؤشرات	الوزن النسبي النهائي
2.1.1 الأنماط والجبر والاقترانات	48%	2.2.1.1 الإقترانات	10.2.2.1.1 يجد مجال ومدى إقتران الجذر التربيعي.	14%
			11.2.2.1.1 يبسط التعابير الجبرية النسبية.	
			12.2.2.1.1 يجزئ مقدار جبري نسبي (مقامه على صورة أس2 +ب س + جـ) بإستخدام الكسور الجزئية.	
			13.2.2.1.1 يعرف قوانين اللوغاريتمات والأسس وتطبيقها في مسائل رياضية وتطبيقات حياتية.	
			14.2.2.1.1 يمثّل الإقترانات: الأسية واللوغاريتمية، والمتفرعة والحالات الخاصة ويجري التحويلات عليها ويستنتج خواصها الأساسية.	
			15.2.2.1.1 يعرف الزاوية الموجهة، والزاوية المرجعية لها، والتحويلات بين النظامين الستيني والدائري لقياسها.	
			16.2.2.1.1 يعرف الإقترانات الدائرية: بإستعمال دائرة الوحدة، ويجد قيم هذه الإقترانات ضمن 360 بإستعمال النسب المثلثية لزواياها المرجعية.	
			17.2.2.1.1 يرسم منحنيات الإقترانات الدائرية وتحديد السعة إن وجدت، والدورة، والمجال، والمدى، ويصف سلوك الإقتران الدائري.	
			18.2.2.1.1 يفهم التغيرات التي تطرأ على إقتران دائري ق(س) تحت تأثير تحويلات مثل أ ق (ب س + ج).	

المجال الرئيس	وزن المجال الرئيس	المجال الفرعي	المؤشرات	الوزن النسبي النهائي
2.1.1 الأنماط والجبر والاقترانات	48%	2.2.1.1 الإقترانات	19.2.2.1.1 يستعمل الإقترانات الدائرية لنمذجة وحل مسائل حياتية.	14%
			20.2.2.1.1 يبرهن ويوظف متطابقات مثلثية تشمل متطابقات مجموع زاويتين.	
		3.2.1.1 الأنماط (المتتاليات والمتسلسلات)	1.3.2.1.1 يكتشف ويقارن خصائص المتتاليات الحسابية والهندسية، ويميز الفرق بين بنائهما الرياضي، ويفسر أساس كل منهما كعلاقة بين كل حدين متتاليين. ويعطي أمثلة حياتية عليهما. مثل: الربح البسيط، والربح المركب.	5%
			2.3.2.1.1 يحل مسائل حياتية على متتاليات هندسية وحسابية ويحلل المعطيات ويحدد أساسها.	
			3.3.2.1.1 يوجد حدوداً في متتالية حسابية، وهندسية عُلم أساسها وأحد حدودها أو عُلم حدان منها مع التبرير.	
			4.3.2.1.1 يدخل أوساطاً حسابية، وهندسية بين عددين مع التبرير.	
			5.3.2.1.1 يكون متسلسلة حسابية، أو هندسية بإستخدام معلومات تساعده على تحديد أساسها وأحد حدودها، ويبرر إجابته.	
			6.3.2.1.1 يستنتج الحد العام لمتسلسلة حسابية، أو هندسية معطاة، ويستخدمه في كتابة المتسلسلة بإستعمال رمز المجموع Σ ويبرر إجابته.	

المجال الرئيس	وزن المجال الرئيس	المجال الفرعي	المؤشرات	الوزن النسبي النهائي
2.1.1 الأنماط والجبر والاقترانات	48%	3.2.1.1 الأنماط (المتتاليات والمتسلسلات)	7.3.2.1.1 يكتشف كيفية إيجاد مجموع (ن) حداً من متسلسلة حسابية، ومن متسلسلة هندسية ويبني طريقة أو قانونا لإيجاده مع التبرير.	5%
			8.3.2.1.1 يجد مجموع (ن) من حدود متسلسلة حسابية، أو هندسية ومجموع متسلسلة هندسية لا نهائية تقاربية، ويبرر إجابته.	
			9.3.2.1.1 يحل مسائل حياتية تطبيقية ورياضية وفي العلوم الأخرى تتضمن متسلسلات حسابية وهندسية، وهندسية لا نهائية تقاربية، بأكثر من طريقة، ويبرر إجابته.	
		4.2.1.1 العد	1.4.2.1.1 يكتشف المبدأ الأساسي للعد، ومضروب العدد الكلي، ويستخدمهما في إيجاد عدد الطرق الممكنة لإنجاز عمل ما من الواقع.	5%
			2.4.2.1.1 يكتشف أن التباديل والتوافيق حالات خاصة من مبدأ العد، ويحسبهما بإستعمال القوانين، وباستعمال الحاسبة، ويستخدمهما في حل مسائل حياتية، ويفسر الحل .	
			3.4.2.1.1 يحلل مثلث باسكال ويوظفه في إيجاد مفكوك (س + ص)(ن) ، وفي إيجاد بعض حدود المفكوك التي تحقق شروطاً محددة.	
		5.2.1.1 التفاضل والتكامل	1.5.2.1.1 يوجد نهاية اقتران عند نقطة هندسيا وجبريا.	14%

المجال الرئيس	وزن المجال الرئيس	المجال الفرعي	المؤشرات	الوزن النسبي النهائي
2.1.1 الأنماط والجبر والاقترانات	48%	5.2.1.1 التفاضل والتكامل	2.5.2.1.1 يبحث اتصال إقتران عند نقطة، ويكتشف مفهوم الاتصال ويعرف أنواع عدم الإتصال، ويستخدمها في دراسة إتصال الإقتران على فترة.	14%
			3.5.2.1.1 يميز نقاط عدم إتصال إقتران في تمثيله البياني، ويوجدها جبريا ويربط بين التمثيلين الجبري والهندسي ويفسر عدم الإتصال وسببه.	
			4.5.2.1.1 يوظف فهمه لإتصال إقتران أو عدمه عند نقطة في تمثيل إقترانات متفرعة القاعدة بيانيا، ودراسة أبرز خواصها.	
			5.5.2.1.1 يوجد متوسط تغير إقتران بين نقطتين، ويستنتج منه معدل تغير الإقتران عند نقطة ويفسرهما هندسيا وجبريا.	
			6.5.2.1.1 يعرف مشتقة الإقتران عند نقطة ويصفها على أنها معدل تغير الإقتران عند هذه النقطة، ويفسرها هندسيا (ميل مماس) وفيزيائيا، ويستنتج أن ميل مماس المنحنى يساوي المشتقة الأولى، ويساوي ظل الزاوية الموجبة التي يصنعها المماس مع الإتجاه الموجب لمحور السينات.	
			7.5.2.1.1 يوجد مشتقات الإقترانات الجبرية بإستعمال قوانين الإشتقاق.	
			8.5.2.1.1 يوجد مشتقات الإقترانات الدائرية، ويوظفها في تطبيقات فيزيائية، مثل: الأمواج الكهربائية، والصوتية، وغيرها، ويبرر الظاهرة من خلال المشتقة.	

المجال الرئيس	وزن المجال الرئيس	المجال الفرعي	المؤشرات	الوزن النسبي النهائي
2.1.1 الأنماط والجبر والاقترانات	48%	5.2.1.1 التفاضل والتكامل	9.5.2.1.1 يوجد مشتقات الإقتران الأسي واللوغارتمي وإقترانات وسيطية، ومركبة، وعلاقات ضمنية، ويفسر أثرها على تمثيل الإقتران بيانيا، ويبررها من خلال مقارنة التمثيلات الهندسية والجبرية.	14%
			10.5.2.1.1 يحل مسائل وتطبيقات حياتية على المشتقات، مثل: المعدلات المرتبطة بالزمن، والتطبيقات الهندسية (المماس، والعمودي)، والفيزيائية)المسافة، والسرعة، والعجلة) التسارع أو التباطؤ).	
			11.5.2.1.1 يستنتج المشتقات العليا للإقتران ويفهم العلاقة بين كل مشتقة والمشتقة السابقة لها، ويوظفها في تطبيقات فيزيائية وإقتصادية وحياتية تتعلق بالقيم القصوى ويبرر خطواته ويبرر النتائج.	
			12.5.2.1.1 يعرف التكامل غير المحدود كعملية عكسية للإشتقاق، ويجد تكاملات غير محدودة مستفيدا من فهمه للاشتقاق وقوانينه.	
			13.5.2.1.1 يوجد التكامل غير المحدود لإقترانات متنوعة بإستعمال قواعد إيجاد عكس المشتقة، وطرائق التعويض، والأجزاء، والكسور الجزئية، ويقرر أي الطرق مناسبة للمسألة ويبررها.	
			14.5.2.1.1 يحل معادلات تفاضلية من الأنواع التي يمكن فصل المتغيرين فيها.	

المجال الرئيس	وزن المجال الرئيس	المجال الفرعي	المؤشرات	الوزن النسبي النهائي
2.1.1 الأنماط والجبر والاقترانات	48%	5.2.1.1 التفاضل والتكامل	15.5.2.1.1 يكتشف خصائص التكامل المحدود، ويوظفها في إيجاد قيمة التكامل، ويبررها.	14%
			16.5.2.1.1 يوجد قيمة التكامل المحدود لاقتران على فترة، ويوظفه في إيجاد مساحات مناطق محدودة بمنحنيات في المستوى الإحداثي. وفي حل مسائل فيزيائية، مثل: حساب الشغل المبذول لقوة متغيرة.	
			17.5.2.1.1 يستنتج خواص التكامل، مثل: الإضافة والضرب في ثابت، ويوظفها في حساب تكاملات.	
			18.5.2.1.1 يكتشف قانونا؛ لإيجاد حجم مجسمات ناتجة عن دوران مناطق محدودة حول محور أفقي في المستوى الإحداثي (المنطقة بكاملها في جهة واحدة من محور الدوران)، ويبرر القانون الذي استعمله.	
			19.5.2.1.1 يحسب تكامل اقترانات لوغاريتمية أساسها العدد الطبيعي (هـ)، وأسية للأساس (هـ).	
3.1.1 الهندسة والقياس	22%	1.3.1.1 الهندسة في بعدين	1.1.3.1.1 يعرف القطعين: الناقص والزائد هندسيا: الشكل العام، والمحاور، والبؤرتين، والرأسين، والدليلين، والإختلاف المركزي.	20%
			2.1.3.1.1 يعرف كلاً من القطعين الناقص والزائد كمحل هندسي لنقطة تتحرك وفق شروط معينة. ويستنتج معادلتيهما في الحالات التي تكون محاورهما أفقية ورأسية في المستوى الإحداثي.	

المجال الرئيس	وزن المجال الرئيس	المجال الفرعي	المؤشرات	الوزن النسبي النهائي
3.1.1 الهندسة والقياس	22%	1.3.1.1 الهندسة في بعدين	3.1.3.1.1 يفهم أن القطوع المخروطية تنتج من قطع مخاريط بمستويات بأوضاع واتجاهات مختلفة.	20%
			4.1.3.1.1 يرسم القطوع المخروطية: المكافئ، والناقص، والزائد في المستوى الإحداثي يدويا وبإستعمال برمجيات الحاسوب.	
			5.1.3.1.1 يحل مسائل وتطبيقات حياتية على القطوع المخروطية، مثل: المرايا المقعرة، والمحدبة في الفيزياء، والعدسات الطبية.	
			6.1.3.1.1 يعرف مفاهيم نظام الإحداثيات القطبية: القطب، والمحور القطبي، ونصف القطر (ر)، والإحداثي الزاوي (هـ)، والإحداثيات القطبية لنقطة في المستوى (ر، هـ)	
			7.1.3.1.1 يستنتج العلاقة بين الإحداثيين س ، ص لنقطة في المستوى الديكارتي والإحداثيات القطبية للنقطة نفسها (س = ر جتا هـ و ص = رجا هـ) ويستعملها في التحويل من إحداثيات قطبية إلى ديكارتية وبالعكس.	
			8.1.3.1.1 يكتب أعدادا مركبة بالصورة القطبية.	
			9.1.3.1.1 يمثل الأعداد المركبة في المستوى المركب بنظامي الإحداثيات الديكارتية والقطبية. ويفسر لماذا الصيغتان تمثلان العدد المركب نفسه.	

المجال الرئيس	وزن المجال الرئيس	المجال الفرعي	المؤشرات	الوزن النسبي النهائي
3.1.1 الهندسة والقياس	22%	1.3.1.1 الهندسة في بعدين	10.1.3.1.1 يعرف المتجه والمتجه القياسي، ويميز أن الكميات المتجهة لها مقدار واتجاه، ويمثلها بقطع مستقيمة متجهة في المستويين الإحداثي، ويستعمل الرموز التي تميز المتجه عن مقداره، مثل المتجه ، ومقداره.	20%
			11.1.3.1.1 يمثل الأعداد المركبة ونواتج جمعها وطرحها وضربها هندسيا في المستوى المركب بمتجهات قياسية.	
			12.1.3.1.1 يستنتج مركبات المتجه (الأفقية والرأسية) من خلال إحداثيات نقطة بدايته وإحداثيات نقطة نهايته. ويكتب المتجه بدلالة متجهي الوحدة .	
			13.1.3.1.1 يحل مسائل فيزيائية يمكن تمثيلها بمتجهات، مثل: السرعة المتجهة، والقوى المؤثرة على أجسام وغيرها.	
			14.1.3.1.1 يجمع المتجهات بجمع مركباتها، وبطريقة متوازي الأضلاع، ويحدد مقدار واتجاه ناتج الجمع، ويستنتج أن مقدار مجموع متجهين ليس بالضرورة مساوياً لمجموع مقداري المتجهين.	
			15.1.3.1.1 يفهم أن -ع هو النظير الجمعي للمتجه وأن لهما المقدار نفسه، ولكنهما مختلفان متعاكسان في الاتجاه، ويستعمله في إيجاد ناتج الطرح كناتج جمع .	

المجال الرئيس	وزن المجال الرئيس	المجال الفرعي	المؤشرات	الوزن النسبي النهائي
3.1.1 الهندسة والقياس	22%	1.3.1.1 الهندسة في بعدين	16.1.3.1.1 يوجد ناتج ضرب متجه بعدد حقيقي، ويمثل المتجه الناتج في المستوى الإحداثي ويستنتج أن المتجه الناتج يقع على المتجه الأصلي أو امتداده إذا كان العدد الحقيقي موجبا، ومعاكسا للمتجه الأصلي إذا كان العدد الحقيقي سالبا.	20%
			17.1.3.1.1 يضرب متجها ممثلا بمصفوفة عمود بمصفوفة (حيث يكون الضرب ممكنا) للحصول على متجه جديد.	
		2.3.1.1 الهندسة في ثلاثة أبعاد	1.2.3.1.1 يعرف المصطلحات التالية: (المستقيمين المتخالفين، المستوى، المسقط العمودي، النقاط المستقيمة، النقاط المستوية ، الزاوية الزوجية ، الزاوية المستوية لزاوية زوجية) ويوظفها في تعامله مع مواقف وأشكال ثلاثية الأبعاد.	2%
			2.2.3.1.1 يفهم مضامين مسلمات هندسة الفضاء، ويستعملها في تحديد العلاقات بين المستقيمات، والمستويات في الفضاء، ويفهم الأشكال ثلاثية الأبعاد.	
			3.2.3.1.1 يحدد المستوى بعدة طرائق ويبررها من خلال الربط بينها.	
			4.2.3.1.1 يميز المستقيمين المتوازيين، والمتعامدين، والمتخالفين في الفضاء، ويستنتج أن المستقيمين المتوازيين يقعان في المستوى نفسه أو مستويين متوازيين وأن المستقيمين المتخالفين يقعان في مستويين متوازيين.	

المجال الرئيس	وزن المجال الرئيس	المجال الفرعي	المؤشرات	الوزن النسبي النهائي
3.1.1 الهندسة والقياس	22%	2.3.1.1 الهندسة في ثلاثة أبعاد	5.2.3.1.1 يستنتج العلاقات بين المستقيمات، وبين المستقيمات والمستويات، وبين المستويات في الفضاء. 6.2.3.1.1 يعرف مفهومي الزاوية الزوجية، والزاوية المستوية لزاوية زوجية، ويعطي أمثلة عليها في مجسمات وأشكال ثلاثية الأبعاد مرسومة. 7.2.3.1.1 يرسم مسقط مستقيم على مستوى في الفضاء ويجد طوله. 8.2.3.1.1 يرسم المنظور الأمامي، والجانبي، والعلوي لجسم ويستعملها في رسم شبكة الجسم. 9.2.3.1.1 يحل مسائل حياتية على المجسمات، مثل: حساب تكاليف صناعة مجسم مفرغ باستعمال شبكته.	2%
4.1.1 تحليل البيانات والاحتمالات	22%	1.4.1.1 التمثيلات البيانية وتحليل البيانات	1.1.4.1.1 يعرف التوزيع الطبيعي لمجتمع إحصائي، وخواصه، ومنحناه، وعلاقة منحناه بمقاييس النزعة المركزية، والتشتت. 2.1.4.1.1 يستنتج المنحنى الطبيعي المعياري من المنحنى الطبيعي لمجتمع، ويستعمل جدول التوزيع الطبيعي المعياري في إيجاد قيم أصلية في التوزيع تحقق شروطا معينة، وفي حساب إحتمالات أن تحقق فئات من المجتمع شروطاً معينة. 3.1.4.1.1 يفسر ويطبق مفهوم القيمة المعيارية في حل مسائل حياتية تتضمن مقارنات بين البيانات، وإستنتاجات حول مجتمع توزيعه طبيعي .	12%

المجال الرئيس	وزن المجال الرئيس	المجال الفرعي	المؤشرات	الوزن النسبي النهائي
4.1.1 تحليل البيانات والاحتمالات	22%	1.4.1.1 التمثيلات البيانية وتحليل البيانات	4.1.4.1.1 يعرف قانوني بيرسون وسبيرمان لإيجاد معامل الإرتباط بين بيانات متناظرة لمتغيرين. ويستعملهما لتحديد نوع الإرتباط بين المتغيرين.	12%
			5.1.4.1.1 يمثل البيانات بشكل إنتشار؛ لتوضيح إرتباطه بمعامل الإرتباط المحسوب.	
			6.1.4.1.1 يعرف قيم معامل الإرتباط بين متغيرين، ودلالات القيم السالبة، والصفر، والموجبة لمعامل الإرتباط.	
			7.1.4.1.1 يعرف مفهوم الإرتباط الطردي التام والعكسي التام ويميز أشكال الانتشار التي تمثلهما.	
			8.1.4.1.1 يستنتج أن الإرتباط لا يعني السببية، فقد يوجد إرتباط بين متغيرين ويكون أحدهما حدثا والآخر أثراً له (شريطة ثبات الشروط والعوامل الأخرى) فيكون المتغير الأول سببا للثاني، وقد يحدث المتغيران معا، ويوجد إرتباط بين قيمهما ولا يكون أحدهما سببا لوقوع الآخر.	
			9.1.4.1.1 يعرف خط الإنحدار وعلاقته بشكل الانتشار، ويوجد معادلة خط الإنحدار، ويستعملها في التنبؤ بقيم أحد المتغيرين بمعرفة قيم الآخر المناظرة.	
			10.1.4.1.1 يطبق معامل الارتباط ومعادلة خط الانحدار في تطبيقات علمية وحياتية.	

المجال الرئيس	وزن المجال الرئيس	المجال الفرعي	المؤشرات	الوزن النسبي النهائي
4.1.1 تحليل البيانات والاحتمالات	22%	2.4.1.1 الإحتمالات	1.2.4.1.1 يعرف مفهوم المتغير العشوائي، ويعرف متغيرات عشوائية على نتائج تجارب عشوائية، ويحدد القيم الممكنة لها.	10%
			2.2.4.1.1 يحدد الحادث الذي يحقق كل قيمة للمتغير العشوائي، ويحسب إحتماله. ويكون جدول التوزيع الإحتمالي ويستعمله في حساب توقع المتغير العشوائي (المتوسط الحسابي للمتغير العشوائي).	
			3.2.4.1.1 يعرف المتغير العشوائي ذا الحدين، والقيم التي يأخذها 0 ، 1 ، 2 ، ... ، ن ويحدد هذه القيم في متغيرات عشوائية ذات حدين في مواقف حياتية متنوعة.	
			4.2.4.1.1 يستعمل مثلث باسكال في إيجاد وتفسير إحتمالات قيم متغير عشوائي ذي حدين.	
			5.2.4.1.1 يكون جداول التوزيع الإحتمالي للمتغير العشوائي، ويحسب التوقع (المتوسط الحسابي والإنحراف المعياري له).	
			6.2.4.1.1 يحل مسائل تطبيقية على المتغير العشوائي ذي الحدين وتوزيعه الإحتمالي .	

ثالثا: الكفايات المهنية لتخصص الرياضيات

2. الكفايات المهنية للتخصص

2.2 تخصص الرياضيات

المجال الرئيس	وزن المجال الرئيس	المجال الفرعي	المؤشرات	الوزن النسبي النهائي
1.1.2 معرفة المعلم بالرياضيات	41%	1.1.1.2 بنية الرياضيات وتطبيقاتها	1.1.1.1.2 يعرف المفهوم الرياضي في الغرفة الصفية. 2.1.1.1.2 يصنف المعارف الرياضية وفق مجالاتها(الأعداد والعمليات عليها، الجبر، الهندسة، القياس، الإحصاء والإحتمالات ، والتكامل والتفاضل). 3.1.1.1.2 يميز بين مكونات المعرفة الرياضية (مفهوم، تعميم، مهارات وخوارزميات، مسألة).	14%
		2.1.1.2 أدوات الرياضيات	1 .2.1.1.2 يعرف أدوات الرياضيات اللازمة لتنفيذ مواقف تعليمية وكيفية إستخدامها 2 .2.1.1.2 يخطط تخطيطاً سليماً لتوظيف الأدوات الرياضية بفاعلية.	9%
		3.1.1.2 تطبيقات الرياضيات	1 .3.1.1.2 يعرف تطبيقات الرياضيات في حياة الطالب العملية. 2 .3.1.1.2 يقدر أهمية الرياضيات في الحياة العملية من خلال تطبيقاتها الواسعة.	9%
2.1.2 تعلم وتعليم الرياضيات	31%	4.1.1.2 الخلفية الثقافية والتاريخية بالرياضيات	1.4.1.1.2 يعرف تطور علم الرياضيات في مجالاتها كافة عبر العصور 2 .4.1.1.2 يقدر أهمية الرياضيات في الحياة.	9%
		1 .2.1.2 طرائق تعلم الرياضيات وتعليمها	1 .1 .2.1.2 يعرف الطرائق المناسبة لتدريس المفاهيم والتعميمات والمهارات الرياضية	4%

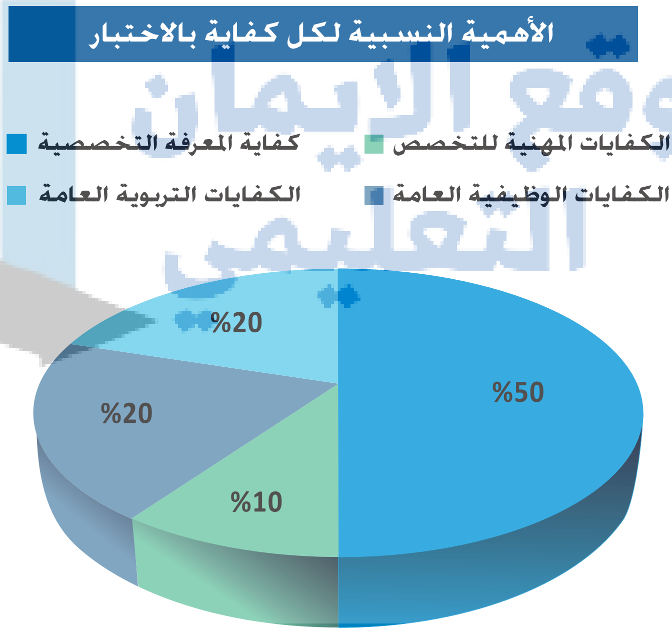
المجال الرئيس	وزن المجال الرئيس	المجال الفرعي	المؤشرات	الوزن النسبي النهائي
2.1.2 تعلم وتعليم الرياضيات	31%	2 .2.1.2 إستراتيجيات حل المسألة الرياضية.	1 .2 .2.1.2 يعرف مفهوم المسألة الرياضية وخطوات حلها بإستراتيجية « بوليا». 2 .2 .2.1.2 يميز بين التمرين والمسألة الرياضية.	10%
		3 .2.1.2 التكنولوجيا في تدريس الرياضيات وتقويمها	1 .3 .2.1.2 يدرك أهمية استخدام التكنولوجيا في تدريس الرياضيات. 2 .3 .2.1.2 يعرف مصادر التعلم الإلكترونية الخاصة بتعلم الرياضيات. 3 .3 .2.1.2 يستخدم البرمجيات الجاهزة في تدريس الرياضيات.	13%
		4 .2.1.2 القيم الجوهرية الخاصة بالرياضيات	1 .4 .2.1.2 يعرف القيم الجوهرية الخاصة بالرياضيات وكيفية تعزيزها لدى الطلبة.	4%
2.1.3 التفكير والتواصل الرياضي	28%	1 . 2.1.3 معرفة أنماط التفكير الرياضي	1 .1 . 2.1.3 يعرف أنماط التفكير الرياضي» الاستقراء والاستنتاج، التعميم، التعبير بالرموز، النمذجة ، التخمين».	5%
		2 . 2.1.3 معرفة طرائق البرهان الرياضي المختلفة بما يدعم تعلم الطلبة وتعليمهم.	1 .2 . 2.1.3 يعرف أصول البرهان الرياضي ومبادئ المنطق الرياضي. 2 .2 . 2.1.3 يعرف أصول البرهان الرياضي ومبادئه « البرهان المباشر، البرهان غير المباشر(بالتناقض)، البرهان باستخدام مبدأ الاستقراء الرياضي، البرهان بإستخدام مثال مضاد. 3 .2 . 2.1.3 يدرك أهمية البرهان في توليد قناعات لما يتعلمه الطلبة.	14%
		3 . 2.1.3 معرفة مهارات التواصل الرياضي وأساليبه بما يدعم عملية تعلم الطلبة.	1 .3 . 2.1.3 يعرف مفهوم التواصل الرياضي ومهاراته وصوره. 2 .3 . 2.1.3 يستخدم اللغة الرياضية في التعبير بدقة عن الأفكار.	9%

منهجية بناء الاختبارات

عزيزتي المرشحة/ عزيزي المرشح :

لقد تم بناء اختبارات الكفايات ومراجعتها وفق أعلى المعايير والمنهجيات العلمية ولتوضيح المنهجية نضع بين يديك ملخصًا حول هذه الاختبارات :

- يتكون كل نموذج اختباري يتقدم له المشارك من عدد من الأسئلة الموضوعية (الاختيار من متعدد) تقيس مجموعة جزئية من مؤشرات الكفايات بشكل يتناسب مع أوزان الكفايات. وتكون الأهمية النسبية لكل كفاية في نموذج الأسئلة أو الاختبار موزعة كالآتي:

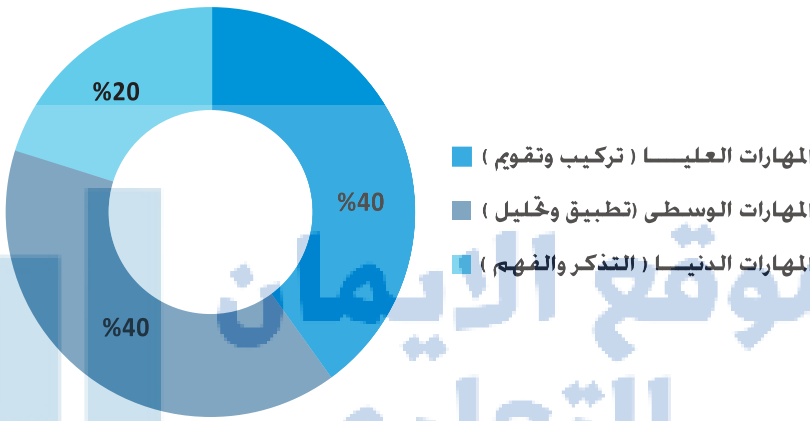


- وكذلك تتوزع أسئلة النموذج على مستويات المعرفة في ثلاثة مستويات وفق الآتي:

- المهارات الدنيا (التذكر والاستيعاب) وهي أسئلة استدعاء المعرفة والحفظ ويخصص لها ما نسبته (20%) من النموذج الاختباري.
- المهارات الوسطى (تطبيق وتحليل) وتتصف هذه الأسئلة بكونها تتضمن معالجة المعرفة والقيام بمهارات عقلية أعلى من استدعاء المعرفة ويخصص لها ما نسبته (40%) من النموذج الاختباري.

- المهارات العليا (تركيب وتقويم) وتتصف أسئلة هذا المستوى بأنها تتطلب إضافة على المعرفة بإصدار الأحكام أو تجميع معرفة واستخلاص معرفة جديدة ويخصص لها ما نسبته (40%) من النموذج الاختباري.

توزيع مستويات المعرفة على نموذج الأسئلة



- تتدرج الأسئلة في مستوى الصعوبة إلى خمس درجات تم تقديرها بناءً على رأي المختصين والخبراء الذين قاموا بإعداد الأسئلة.
- يتم تقديم الاختبار في المراكز المحددة حاسوبيًا حيث يقوم نظام الاختبارات الإلكتروني باختيار نموذج عشوائي لكل ممتحن ويخصص وقت محدد للإجابة على النموذج.

ولمزيد من الإيضاح يتوفر في هذا الدليل أمثلة من هذه الأسئلة لتخصص الرياضيات.

إرشادات عامة للمتقدمين لاختبار الكفايات لإشغال وظيفة معلم

على المتقدم للاختبار الأخذ بالاعتبار عدد من الأمور قبل الحضور للاختبار وأثناء تقديمه للاختبار منها:

قبل الاختبار

1- قراءة الكفايات والمؤشرات قراءة جيدة.

2- البحث عن المراجع والكتب التي تغطي محتوى الكفايات المطلوبة للاختبار لمساعدتك على الاستعداد للاختبار.

3- الاطلاع على أسئلة مشابهة لأسئلة الاختبار والمنشورة عبر موقع الديوان الإلكتروني.

4- أخذ قسط من الراحة قبل الاختبار بيوم.

يوم الاختبار

1- التأكد من إحضار الوثائق المطلوبة (الهوية الشخصية) للدخول إلى الامتحان.

2- الانتظام في الصف أثناء الدخول لقاعة الاختبار.

3- قراءة تعليمات الاختبار جيدًا قبل الدخول للاختبار.

4- الاستماع جيدًا للتعليمات والإرشادات التي يلقيها رئيس القاعة قبل البدء بالاختبار.

5- طلب المساعدة فورًا من المراقبين في القاعة في حال احتجت إلى أية مساعدة.

أمثلة على أسئلة الاختبار

يحتوي الاختبار على أسئلة تقيس مجموعة جزئية من محتوى الكفايات الوظيفية المطلوبة لإشغال وظيفة معلم رياضيات في وزارة التربية والتعليم لجميع المراحل. وقد تم تنظيمها وفق مجالات رئيسية، يحتوي كل مجال رئيس على مجالات فرعية، وينتمي لكل مجال فرعي عدداً من المؤشرات. وتوضع الأسئلة على هذه المؤشرات.

مثال 1

إسم الكفاية: الكفايات التربوية العامة

المجال الرئيس: التعلم والتعليم

المجال الفرعي: تنفيذ عمليات التعلم والتعليم

المؤشر: يتقبل الطلبة ويتعامل مع سلوكياتهم أثناء عملية التعليم

السؤال: في إحدى الحصص، وأثناء عمل الطلبة في أربع مجموعات، لاحظ المعلم أن ثلاثة طلبة في مجموعات مختلفة لا يقومون بأي عمل أثناء عمل المجموعات وغير مندمجين في المهمة التي تقوم بها المجموعة. ما هو التصرف السليم في هذه الحالة؟

A: إعادة توزيع الطلبة غير المندمجين في المجموعات واستكمال المهمات مع زملائهم في المجموعات الجديدة.

B: التوجه نحو المجموعات التي تضم الطلبة غير المندمجين ومناقشتهم في المهمات المسندة لأعضاء الفريق.

C: الطلب من الطلبة الثلاثة غير المندمجين استكمال المهمة بشكل مستقل ومناقشتها مع المعلم بشكل فردي.

D: تجاهل الموضوع مؤقتا لعدم إحراج الطلبة، ثم التحدث معهم على انفراد بعد انتهاء الحصة خارج الصف.

رمز الإجابة الصحيحة: B

المستوى المعرفي للسؤال	**مهارات وسطى**

مثال 2

إسم الكفاية: كفايات المعرفة التخصصية / رياضيات

المجال الرئيس: الأنماط والجبر والإقترانات

المجال الفرعي: التفاضل والتكامل

المؤشر: يستنتج خواص التكامل، مثل: الإضافة والضرب في ثابت، ويوظفها في حساب تكاملات

السؤال:

إذا كان $\int_{-2}^{1}(f(t)+1)dt = 9$ ، $\int_{3}^{1} f(t)dt = -4$

فان قيمة $\int_{-2}^{3} f(t)dt$ يساوي

A: 5

B: 6

C: 10

D: 3

رمز الإجابة الصحيحة: C

المستوى المعرفي للسؤال	**مهارات عليا**

مثال 3

إسم الكفاية: الكفايات المهنية لتخصص الرياضيات

المجال الرئيس: التفكير والتواصل الرياضي

المجال الفرعي: معرفة مهارات التواصل الرياضي وأساليبه بما يدعم عملية تعلم الطلبة

المؤشر: يستخدم اللغة الرياضية في التعبير بدقة عن الأفكار

السؤال: سلسلة من النشاطات العقلية التي يقوم بها الدماغ عندما يتعرض لمثير رياضي هو

A: التواصل الرياضي

B: الترابط الرياضي

C: التفكير الرياضي

D: الحساب الذهني

رمز الإجابة الصحيحة: D

المستوى المعرفي للسؤال	**مهارات دنيا**

مثال 4

إسم الكفاية: الكفايات الوظيفية العامة / الكفايات الجوهرية

المجال الرئيس: العمل بروح الفريق

المجال الفرعي: تجنب وحل الصراعات

المؤشر: يتخذ التدابير الهادفة لتجنب الصراعات بين الزملاء

السؤال: بوصفك رئيساً لفريق عمل، إفترض أنك وجدت نفسك تتجادل مع عدد من أعضاء الفريق الذي تعمل معه بشأن من سيقوم بأداء عمل روتيني ولكنه غير مرغوب فيه من جميع الأعضاء، أي من الآتية من المتوقع أن تكون طريقة فاعلة للتعامل مع هذا الموقف؟

A: أطلب من رئيسي المباشر أن يقرر، هو بنفسه، من سيقوم بهذا العمل، فهذا سيجنبني أي تحيز شخصي.

B: أعيِّن الشخص الذي سيقوم بالعمل عشوائياً، بالقرعة ولا أغيره.

C: أعمل برنامج مناوبة كي يشارك الجميع بهذا العمل غير المرغوب.

D: أكلف أحد الأعضاء اختيار العضو الذي سيقوم بهذه المهمة.

رمز الإجابة الصحيحة: C

المستوى المعرفي للسؤال	**مهارات وسطى**

اختبر نفسك

نموذج اختبار

الرياضيات

النموذج [أ]

٧٣) العدد $\sqrt{٣}$ هو :

أ) عدد غير نسبي .

ب) عدد كلي .

ج) عدد نسبي .

د) عدد غير حقيقي .

٧٤) إذا كان ق = القاسم المشترك الأكبر للعددين أ وَ ب

وَ م = المضاعف المشترك الأصغر للعددين أ وَ ب فإن :

أ) ق . م = $أ^{٢}$. ب

ب) ق + م = أ. ب

ج) ق . م = أ . ب

د) ق . م = أ + ب

٧٥) قيمة $|س - ١|$ ، حيث س عدد حقيقي هي :

أ) غير سالبة لبعض قيم س .

ب) لا يمكن أن تكون سالبة .

ج) دائمًا موجبة .

د) عدد غير نسبي .

٧٦) اشترى أحمد س من الدفاتر قيمة كل منها ٥جنيهات ، وَ ص من الأقلام قيمة كل منها جنيهان ، فكان مجموع ما دفعه للبائع = ٣٦ جنيها ، فإنه :

أ) هناك عدد غير منتهٍ من الحلول للمسألة .

ب) س = ٤ ، ص = ٨ هو الحل الوحيد .

ج) يوجد حلان غير الذي ورد في البديل ب .

د) لاشيء مما ذكر .

٧٧) إذا كان س = ٣ هو حلاً للمعادلة $س^{٣} - ٦ س^{٢} + أ س - ٦ =$ صفر، فإنه :

أ) الحلول الأخرى غير معروفة لأن أ غير محدد .

ب) في كل الأحوال س = ٣ هو الحل الوحيد .

ج) يوجد ما لانهاية من الحلول لهذه المعادلة في ح .

د) مجموعة حل هذه المعادلة هي { ١ ، ٢ ، ٣ }

٧٨) إذا كانت م هي محددة المصفوفة $\begin{pmatrix} ١ & ٢ & ٣ \\ ٤ & ٥ & ٦ \\ ٧ & ٨ & ٩ \end{pmatrix}$ فإن :

أ) م > صفر

ب) م < صفر

ج) م = ٢٢

د) م = صفر

٧٩) إذا كان أ وَ ب عددين حقيقيين بحيث ب > أ ، فإن :

أ) ب^{٢} > أ^{٢}

ب) ب^{٣} > أ^{٣}

ج) |ب| > |أ|

د) $\frac{١}{ب} > \frac{١}{أ}$

٨٠) إذا كان أ عددًا موجبًا فإن $\sqrt{أ}$:

أ) دائمًا موجب .

ب) له قيمتان .

ج) عدد تخيلي .

د) لاشيء مما ذكر .

٨١) لدينا كسر عشري لا نهائي هو (الخ ٠,١٢١٢١٢٠٠٠٠) فإن التمثيل النسبي للعدد هو:

أ) $\frac{١٢}{١١٠}$

ب) $\frac{١٢}{١٠٠}$

ج) $\frac{٤}{٣٣}$

د) $\frac{١٢}{}$

٨٢) قيمة المقدار^{٢٠٠} $\binom{٥}{٠} + \binom{٥}{١} + \binom{٥}{٢} + \binom{٥}{٣} + \binom{٥}{٤} + \binom{٥}{٥}$ تساوي :

أ) ٢٥

ب) ١٦

ج) ٣٢

د) ١٢٠

٨٣) **إذا كان الحدان الأول والثاني من متتابعة هندسية هما ٥ ، ٥٠ فإن الحد العاشر يساوي:**

أ) خمسة ملايين .

ب) خمسة بلايين (البليون = ألف مليون) .

ج) أكثر من خمسة بلايين .

د) عشرين مليونًا .

٨٤) **إذا كان** $ن_{١}$ = ١٠١١٠١ وَ $ن_{٢}$ = ١١٠٠ في النظام الثنائي للأعداد فإن $ن_{١}$ + $ن_{٢}$ يساوي :

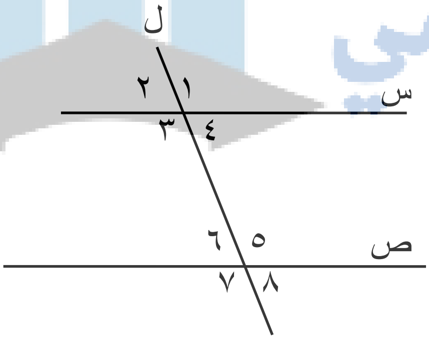
أ) ١١١١٠١

ب) ١٠١٠٠١

ج) ١٠١١٠١

د) ١١١٠٠١

٨٥) **في الشكل المجاور** س // ص ، ل قاطع لهما ، فإن :



أ) قياس ($\hat{١}$) = قياس ($\hat{٨}$)

ب) قياس ($\hat{٤}$) = قياس ($\hat{٧}$)

ج) قياس ($\hat{٣}$) = قياس ($\hat{٦}$)

د) قياس ($\hat{٣}$) = قياس ($\hat{٥}$)

٨٦) يتطابق المثلثان إذا :

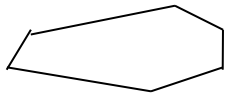
أ) تساوى طولا ضلعين وزاوية مع ضلعين وزاوية من الآخر .

ب) تساوت زاويتان وضلع في أحدهما مع نظائرهما في المثلث الآخر .

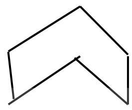
ج) تساوت الزوايا الثلاث لأحدهما مع مثيلاتها في الآخر .

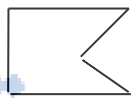
د) كانا قائمي الزاوية ، ولهما نفس الوتر .

٨٧) واحد من المضلعات الآتية محدب :

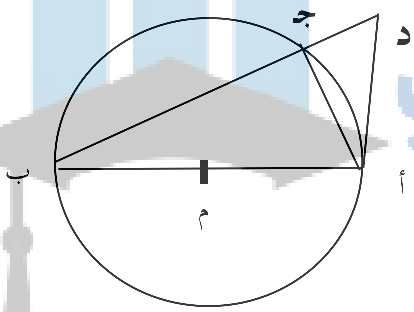
أ) 

ب) 

ج) 

د) 

٨٨) في الشكل المجاور ، يتحقق ما يلي :



أ) $\frac{|\text{أ ب}|}{|\text{ب جـ}|} = \frac{|\text{أ د}|}{|\text{ب د}|}$

ب) $\frac{|\text{د جـ}|}{|\text{أ د}|} = \frac{|\text{ب جـ}|}{|\text{أ ب}|}$

ج) $\frac{|\text{د جـ}|}{|\text{أ د}|}$ $\frac{|\text{أ د}|}{|\text{د ب}|}$

د) |أ جـ| |جـ ب| = |أ د| |ب د|

٨٩) **مساحة شكل سداسي منتظم مرسوم داخل دائرة نصف قطرها ٣ سم ، تساوي :**

أ) ٥٤ سم^{٢}

ب) $\frac{٢٧\sqrt{٣}}{٢}$ سم^{٢}

ج) $\frac{٩\sqrt{٣}}{٢}$ سم^{٢}

د) ١٨ سم^{٢}

٩٠) **طول العمود النازل من النقطة (١،٣) على المستقيم ٢س+ ص=٤ يساوي :**

أ) ٤

ب) $\frac{١}{٥}$

ج) ١

د) $\frac{١}{\sqrt{٥}}$

٩١) **علاقة المستقيم ص+ س = ٢ بالدائرة ٢ (ص+١)^{٢} +٢س^{٢} = ٩ ، هي :**

أ) يتقاطعان في نقطتين .

ب) لا يتقاطعان .

ج) المستقيم مماس للدائرة .

د) المستقيم قطر للدائرة .

٩٢) **تمثل المعادلة ٢ س^{٢} + ٣ ص^{٢} – ٨ س – ٦ ص = ١**

أ) قطعًا ناقصًا محوره الأكبر موازٍ لمحور السينات .

ب) قطعًا ناقصًا محوره الأكبر موازٍ لمحور الصادات .

ج) قطعًا زائدًا محوره القاطع موازٍ لمحور السينات .

د) قطعًا زائدًا محوره القاطع موازٍ لمحور الصادات .

٩٣) قياس زاوية مضلع منتظم ذي اثني عشر ضلعًا يساوي :

أ) ٣٠ْ

ب) ٧٥ْ

ج) ١٢٠ْ

د) ١٥٠ْ

٩٤) تبلغ سرعة جسيم ٥م/ث ، يقطع هذا الجسيم في ٣ ساعات مسافة قدرها :

أ) ٥٤ كم

ب) ٥٤٠٠ مترًا

ج) ١٥٠٠٠ مترًا

د) ١٥٠ كم

٩٥) أرض مستطيلة طولها ٤٠٠متر ، وعرضها ٢٤٠ مترًا ، فإن مساحتها بالأميال المربعة تساوي :

أ) ٠,٠٩٦

ب) ٠,٠٦

ج) ٠,٠٣٧٥

د) ٠,٢٤٦

٩٦) إذا كان المستوي م$_1$ عموديًا على المستوي م$_2$ وكان ل مستقيمًا يوازي م$_2$ ، فإن:

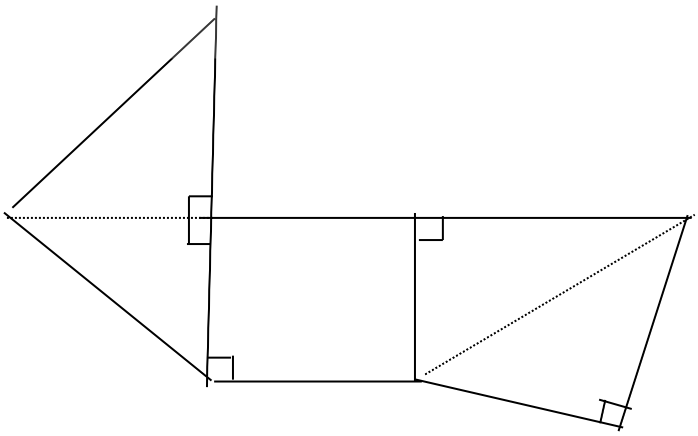
أ) ل عمودي على م$_1$

ب) ل يقطع م$_1$ ولكنه ليس عموديًا عليه .

ج) ل يوازي م$_1$ وَ م$_2$

د) لاشيء مما ذكر .

٩٧) يمثل التفصيل المجاور :



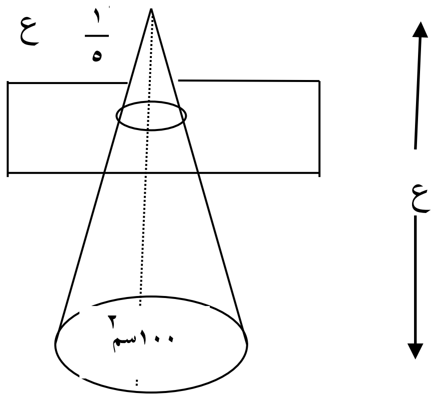
أ) متوازي مستطيلات .

ب) منشورًا .

ج) هرمًا رباعيًا .

د) هرمًا ثلاثيًا .

٩٨) **مخروط قائم مساحة قاعدته تساوي ١٠٠ سم^{٢} ، قطعنا المخروط بمستوٍ عمودي على الارتفاع ، ويبعد عن رأس المخروط بمسافة تساوي** $\frac{١}{٥}$ الارتفاع (كما في الشكل) فإن مساحة القاعدة للمخروط الصغير هي :



أ) ٤ سم^{٢}

ب) ٢٠ سم^{٢}

ج) ٨٠ سم^{٢}

د) ٢٠ ع سم^{٢}

٩٩) **عدد محاور التناظر في المعين تساوي :**

أ) ٤

ب) ٨

ج) صفر

د) ٢

١٠٠) **إذا كان حاهـ** = $\frac{٣}{٥}$ ، ٩٠° < هـ < ١٨٠° فإن ظا هـ =

أ) $\frac{٥}{٣}$

ب) $\frac{٤}{٥}$

ج) $\frac{٣}{٤}$

د) $\frac{-٣}{٤}$

١٠١) **في الفترة (٠ ، ٢ ط) ، عدد نقاط تقاطع منحنى الدالة حتا هـ مع محور السينات يساوي :**

أ) صفراً

ب) نقطة واحدة

ج) نقطتين

د) ثلاث نقاط

١٠٢) حا ٢٠° حتا١٠° + حتا ٢٠° حا ١٠° =

أ) $\frac{١}{٢}$

ب) حا ٢٠° حا ١٠°

ج) $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$

د) حتا ٢٠° حتا ١٠°

١٠٣) ١ − ٢ حا^{٢} ١٣٥° =

أ) صفر

ب) ١

ج) −١

د) $\frac{١}{٢}$

١٠٤) مجموعة حل المعادلة ظا^{٢}س − ٣ = صفر في الفترة [٠ ، $\frac{ط}{٢}$] هي :

أ) { $-\frac{ط}{٦}$ }

ب) { $-\frac{ط}{٣}$ }

ج) { $\frac{ط}{٦}$ }

د) { $\frac{ط}{٣}$ }

١٠٥) من نقطة أ تبعد عن قاعدة برج ٧٠ مترًا ، كانت زاوية ارتفاع قمة البرج ٦٠° ، فإن ارتفاع البرج بالأمتار يساوي :

أ) $\frac{٣٥}{\sqrt{٣}}$ مترًا

ب) $٣٥\sqrt{٣}$ مترًا

ج) $٧٠\sqrt{٣}$ مترًا

د) $\frac{٧٠}{\sqrt{٣}}$ مترًا

١٠٦) إذا كانت س = [١ ، ٣] ، ص = (٠ ، ٢) فإن س ∩ ص هي :

أ) فترة مغلقة في خط الأعداد .

ب) فترة مفتوحة في خط الأعداد .

ج) فترة ليست مغلقة ولا مفتوحة .

د) مجموعة خالية .

١٠٧) إذا كانت د (س) = $\frac{١}{\sqrt{س}}$ فإن مجال الدالة د (س) هو :

أ) ح − { صفر }

ب) الأعداد الحقيقية الموجبة

ج) الفترة]صفر ، ∞) .

د) الأعداد النسبية .

١٠٨) إذا كانت د (س) = $\frac{حا ٣ س}{٢ س}$ فإن نها$_{س \leftarrow ٠}$ $\frac{حا ٣س}{٢س}$ تساوي :

أ) غير معرفة لأنها $\frac{صفر}{صفر}$

ب) $\frac{٣}{٢}$

ج) $\frac{٢}{٣}$

د) ∞

١٠٩) إذا كانت : د (س) = $\begin{cases} س + ٤ & عندما\ س \geq ٢ \\ س^{٢} + ٢ & عندما\ س < ٢ \end{cases}$ فإن :

أ) د (س) متصلة على ح .

ب) د (س) متصلة على ح − { ٢ }

ج) د (س) متصلة على الأعداد الموجبة فقط

د) د (س) غير متصلة عند س = صفر

١١٠) **إذا كانت د (س) = ظا^{٢}س فإن المشتقة دَ (س) تساوي :**

أ) ٢

ب) $\frac{١}{\sqrt{٢}}$

ج) ٤

د) $٢\sqrt{٢}$

١١١) **إذا كانت د(س) معرفة على (أ،ب) بحيث دَ (س) > صفر على (أ،ب)، دً (س) > صفر على (أ ، ب) فإن رسم الدالة على (أ ، ب) يكون :**

أ) متذبذبًا صعودًا ونزولاً .

ب) مقعرًا إلى الأعلى و د (س) دالة تناقصية .

ج) مقعرًا إلى الأسفل و د (س) دالة تناقصية .

د) له نهاية صغرى على (أ ، ب) .

١١٢) **إذا كانت لدينا دائرة نصف قطرها يتغير بمرور الزمن بمعدل ثابت هو ١ سم /ثانية، فإن معدل تغير مساحة الدائرة عندما يكون نصف قطرها يساوي ٢ سم هو:**

أ) ط سم^{٢} / ثانية .

ب) ١ سم^{٢} / ثانية .

ج) ٢ سم^{٢} / ثانية .

د) ٤ ط سم^{٢} / ثانية .

١١٣) $\int_{-١}^{.} س \sqrt{س + ١}\ د س =$

أ) $\frac{٣}{٤}$

ب) $\frac{-٢}{٣}$

ج) $\frac{-٤}{١٥}$

د) $\frac{٤}{١٥}$

١١٤) **إذا كانت** $\frac{\text{د ص}}{\text{د س}} = \frac{١}{\text{س}^{٢} + ١}$ **فإن :**

أ) $\text{ص} = \frac{-٢\,\text{س}}{(\text{س}^{٢} + ١)^{٢}} + \text{ث}$

ب) $\text{ص} = \text{ظا}^{-١}\,\text{س} + \text{ث}$

ج) $\text{ص} = \frac{١}{\text{س} + ١} + \text{ث}$

د) $\text{ص} = \text{ظتا}^{-١}\,\text{س} + \text{ث}$

١١٥) **إذا كانت د (س) = س − ١ فإن المساحة بين منحنى الدالـة د (س) ومحور السينات في الفترة س = صفر إلى س = ٢** تساوي :

أ) صفراً

ب) ٢

ج) ١

د) ٤

١١٦) **إذا كانت د (س) =** $\int_{\text{أ}}^{\text{س}}$ ر (ن) د ن حيث ر (ن) دالة متصلة **على الفترة [أ،ب] فإن الدالة** د (س):

أ) تزايدية .

ب) قابلة للاشتقاق في (أ ، ب) .

ج) متباينة .

د) شاملة .

١١٧) إذا دوّرنا المساحة بين ص = س^{٢} ، ص = صفر ، س = ١ حول محور السينات دورة كاملة ، فإن الحجم الناتج يساوي :

أ) $\frac{ط}{٢}$

ب) $\frac{ط}{٤}$

ج) $\frac{ط}{٥}$

د) $\frac{ط}{٣}$

١١٨) $\int$ س هـ^{س} د س =

أ) هـ^{س} + ث

ب) س هـ^{س} − هـ^{س} + ث

ج) س هـ^{س} + هـ^{س} + ث

د) هـ^{س} − س + ث

١١٩) المستطيل الذي مساحته تساوي ١٠٠ سم^{٢} ومحيطه أصغر ما يمكن هو :

أ) مستطيل طوله يساوي ضعف عرضه .

ب) مربع .

ج) مستطيل طوله يساوي ثلاثة أمثال عرضه .

د) حل هذه المسألة مستحيل .

١٢٠) معدل أعمار خمسة أشخاص = ٣٠ عامًا ، ومعدل أعمار أربعة منهم يساوي ٢٥ عامًا . فإن عمر الشخص الخامس يكون :

أ) ٥ سنوات .

ب) ٢٠ سنة .

ج) ٢٥ سنة .

د) ٥٠ سنة .

١٢١) لكي نستطيع الحكم على مدى التفاوت بين درجات الطلاب في اختبار مادة ما ؛ يجب أن نحسب :

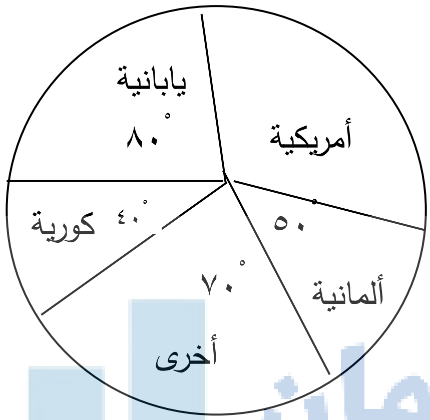
أ)المتوسط الحسابي للدرجات .

ب) الوسيط للدرجات .

ج) المنوال للدرجات .

د) الانحراف المعياري للدرجات .

١٢٢) القطاعات الدائرية في الشكل المجاور تمثل أعداد وأنواع السيارات التي يملكها معلمو مدرسة ما، حيث عددها ٣٦ سيارة ما عدد السيارات الأمريكية الصنع ؟



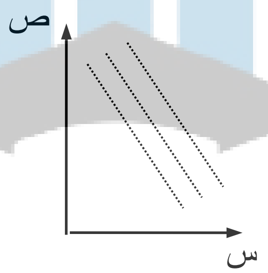
أ) ١٨

ب) ١٢

ج) ٩

د) لاشيء مما ذكر .

١٢٣) تمثل العلاقة بين المتغيرين س ، ص في الشكل المجاور :



أ) ارتباطًا طرديًا بين المتغيرين .

ب) ارتباطًا عكسيًا بين المتغيرين .

ج) عدم ارتباط بين المتغيرين .

١٢٤) يمثل الجدول درجات الطلاب في مادتين :

الرياضيات	٦	٤	٧	٩	٨	٦	٧	٥	١٠	٨
الفيزياء	٧	٦	٨	١٠	٩	٨	٧	٨	١٠	٧

فإن معامل ارتباط بيرسون بينهما يساوي :

أ) – ٠,٧٨

ب) –٠,٨٧

ج) ٠,٧٨

د) ٠,٨٧

١٢٥) صندوق يحوي ٥ كرات بيض ، ٤ كرات حمر متماثلة ، سُحبت منه كرتان معًا ، فإن احتمال أن تكون الكرتان حمراوين يساوي :

أ) $\frac{٤}{٩}$

ب) $\frac{٥}{٣٦}$

ج) $\frac{١}{٦}$

د) $\frac{١}{٤}$

في الأسئلة من (١٢٦ إلى ١٣٣) ظلل في ورقة الإجابة الدائرة المحتوية على الرمز أ إذا كانت العبارة صحيحة والدائرة المحتوية على الرمز ب إذا كانت العبارة خاطئة .

١٢٦) **لكل عدد طبيعي ك يوجد عدد أولي د بحيث د > ك**

١٢٧) **إذا كان** ن **عددًا صحيحًا موجبًا فإن أحد الأعداد** ن ، ن + ١ ، ن + ٢ **يجب أن يكون أوليًا .**

١٢٨) **إذا كان** س > صفر $٢^{س} = ٤^{ص}$ وَ $لو_{ص}\, س = ٢$ فإنه يمكن تحديد قيمة كل من س وَ ص .

١٢٩) **جميع جذور المعادلة** $س^{٤} - س^{٣} + ٢س + ١ = صفر$ ، **أعداد صحيحة.**

١٣٠) **يوجد مثلث واحد فقط قائم الزاوية ، أطوال أضلاعه أعداد صحيحة ، وأحد الضلعين القائمين يساوي ٥ .**

١٣١) يوجد عدد صحيح لو أضيف إليه مقلوبه لكان الناتج مساويًا للعدد ٥ .

١٣٢) يمكن حساب قيمة اللوغاريتم الطبيعي $لو_{هـ} ٢$ من معرفة قيمة التكامل $\int_{١}^{٢} \frac{د س}{س}$

١٣٣) إذا كان م مستويًا وَ ن نقطة خارجة عنه، فإنه يوجد مستوٍ واحد فقط يمر بالنقطة ن ويوازي م .

الرياضيات

٧٤- الزاويتان اللتان قياسهما ٣٠ْ ، ١٥٠ْ ، هما زاويتان :

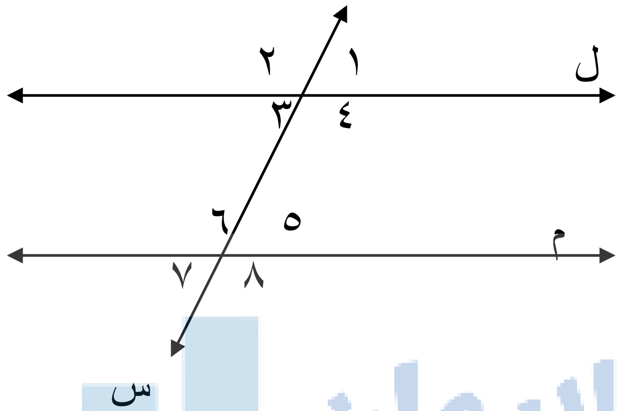
أ) متكاملتان .

ب) متتامتان .

ج) متبادلتان .

د) متقابلتان .

٧٥- في الشكل المجاور ل// م، س قاطع لهما فإن ق (٥̂) + ق (٤̂) = ١٨٠ْ لأنهما زاويتان :



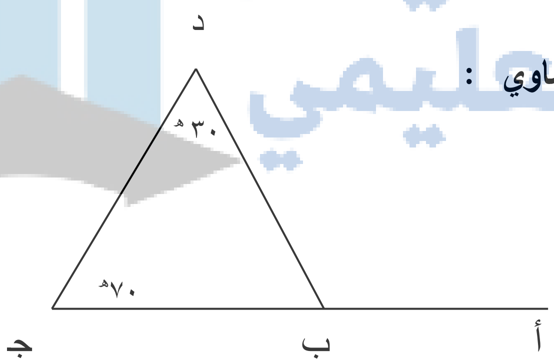
أ) متناظرتان .

ب) متقابلتان بالرأس .

ج) متبادلتان .

د) داخليتان في جهة واحدة من القاطع .

٧٦- في الشكل المقابل ق (أ ب̂ د) يساوي :



أ) ١١٠ْ

ب) ١٠٠ْ

ج) ٩٠ْ

د) ٧٠ْ

٧٧- المضلع المنتظم الذي قياس زاويته الداخلية ١٠٨ْ هو :

أ) سداسي .

ب) ثماني .

ج) خماسي .

د) سباعي .

٧٨- في الشكل المقابل أ ب جـ د شبه منحرف ، هـ م قاعدة متوسطة فيه فإن | هـ م | يساوي :

أ) ١٢ سم .

ب) ٨ سم .

ج) ٥ سم

د) ٢ سم .

٧٩- متوازي الأضلاع الذي فيه قطران متعامدان ومتساويان في الطول هو :

أ) شبه منحرف .

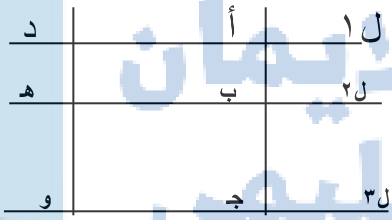
ب) مربع .

ج) مستطيل .

د) معين .

٨٠- في الشكل المقابل : ل١ // ل٢ // ل٣ ، | أ ب | = ٣ سم ، | ب جـ | = ٦سم، | د هـ | = ٣,٥ سم فإن | هـ و | يساوي :

أ) ٣ سم .



ب) ٧ سم .

ج) ١٠,٥ سم .

د) ١٨ سم .

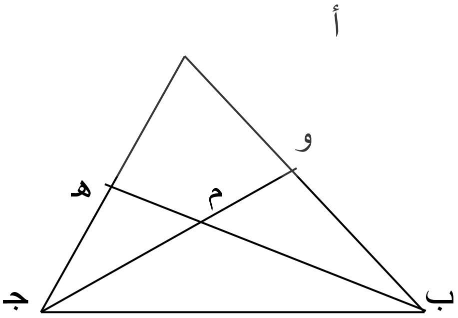
٨١- في الشكل المقابل ب هـ ، جـ و متوسطان في المثلث أ ب جـ فإذا تقاطعا في م وكان | م و | = ٢ سم فإن | م جـ | يساوي :

أ) ١ سم .

ب) ٣ سم .

ج) ٤ سم .

د) ٦ سم .



٨٢- أ ب جـ مثلث قائم الزاوية في أ فيه أ د ارتفاع ، | أ ب | = ٦ سم، | أ جـ | = ٨ سم فإن | ب د | يساوي :

أ) ٣,٦ سم .

ب) ٦,٤ سم .

ج) ١٠ سم .

د) ٤,٨سم .

٨٣- (م) ، (ن) دائرتان طولا نصفي قطريهما ٧ سم ، ٣ سم على الترتيب فإذا كان | م ن | = ٤ سم فإن الدائرتين (م) ، (ن) :

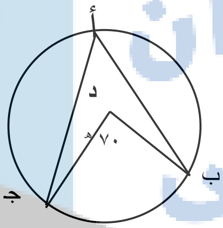
أ) متماستان من الخارج .

ب) متماستان من الداخل .

ج) متقاطعتان .

د) داخليتان .

٨٤- في الشكل المقابل إذا كانت د مركز الدائرة وكان ق (ب د̂ جـ) = ٧٠ ْ فإن ق (ب أ̂ جـ) يساوي :



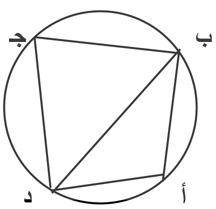
أ) ٣٥ ْ

ب) ٧٠ ْ

ج) ١٢٠ ْ

د) ١٤٠ ْ

٨٥- في الشكل المقابل إذا كان ق(أ د̂ ب)= ٣٢ ْ ، ق (جـ̂) = ٦٤ ْ فإن ق (د ب̂ أ) يساوي :



أ) ٣٢ ْ

ب) ٦٤ ْ

ج) ٩٠ ْ

د) ٩٦ ْ

٨٦- معادلة الدائرة التي تمس محور الصادات ومركزها (– ٣ ، – ٢) هي :

أ) س^{٢} + ص^{٢} = ٩

ب) س^{٢} + ص^{٢} = ٤

ج) س^{٢} + ص^{٢} + ٦ س + ٤ ص + ٤ = ٠

د) (س – ٣)^{٢} + (ص – ٢)^{٢} = ٤

٨٧- **صورة النقطة (٢ ، -١) بالتناظر حول المستقيم ص = ٣ هي :**

أ) (٢ ، ٧)

ب) (٤ ، -١)

ج) (٢ ، -١)

د) (-١ ، ٢)

٨٨- **صورة النقطة (٣ ، ٠) بدوران مركزه نقطة الأصل وزاويته ١٨٠° هي :**

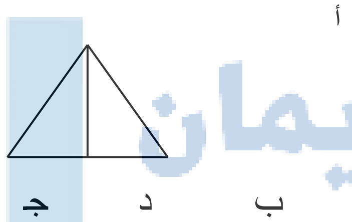
أ) (٠ ، ٣)

ب) (٠ ، -٣)

ج) (-٣ ، ٠)

د) (٣ ، ٠)

٨٩- **في المثلث أ ب جـ متطابق الضلعين | أ ب | = | أ جـ | ، إذا رسمنا منصفًا للزاوية أ فالتقى مع ب جـ في د فإن :**



أ) أ د ⊥ ب جـ .

ب) | أ د | = | د جـ | .

ج) ارتفاعات المثلث متساوية .

د) هذا المثلث متساوي الزوايا .

٩٠- **صورة النقطة (١ ، -٣) بمغير البعد الذي مركزه أصل المحورين ومعامله ٢ هي :**

أ) (٣ ، -٣)

ب) (٢ ، -٦)

ج) (١ ، -٦)

د) (٣ ، -١)

٩١- **إذا كانت أ (١ ، ٠) ، ب (٢ ، ١) فإن معادلة المستقيم الذي يمر بالنقطة (٠ ، ٢) ويعامد المستقيم أ ب هي :**

أ) ص = - س + ٢

ب) ص + س = ١

ج) ص = س

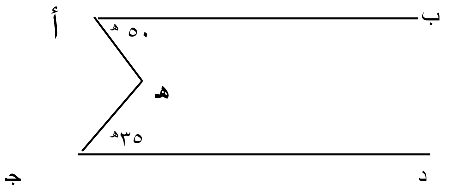
د)ص = – س

٩٢- في متوازي المستطيلات طول الحرف الذي يصل بين القاعدة والوجه المقابل لها يسمى :

أ) الطول
ب) العرض
ج) القطر
د) الارتفاع

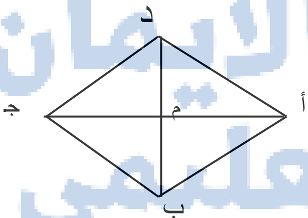
٩٣- في الشكل المقابل : أ ب // جـ د ، ق (أ^) = ٥٠ْ ، ق (جـ^) = ٣٥ْ فإن ق (أ هـ^ جـ) يساوي :

أ) ١٥ْ
ب) ٣٥ْ
ج) ٤٠ْ
د) ٨٥ْ



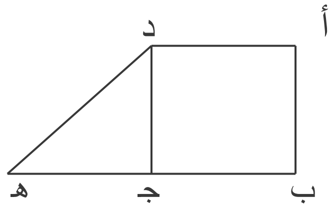
٩٤- في الشكل المقابل أ ب جـ د معين يتقاطع قطراه في (م) ، إذا كان ق (ب أ^ جـ) = ٣٧ْ فإن ق (أ د^ جـ) هو :

أ) ٣٧ْ
ب) ١٠٦ْ
ج) ٧٤ْ
د) ٩٠ْ



٩٥- أ ب جـ د مربع مُد ب جـ على استقامته إلى نقطة هـ بحيث |ب جـ| = |جـ هـ| فإن ق (أ د^ هـ) يساوي :

أ) ١٢٠ْ
ب) ١٥٠ْ
ج) ١٣٥ْ
د) لاشيء مما ذكر .



٩٦- عداء يجري بسرعة ٢٠٠م/د فإن الزمن الذي يحتاجه لقطع مسافة ٨٠٠ م هو :

أ) $\frac{١}{٤}$ دقيقة
ب) دقيقتان
ج) ٤ دقائق

د) ٨ دقائق

٩٧- تحرك شخصان من مكان واحد باتجاهين متعاكسين فإذا سار الأول بسرعة ٦ كلم/س والثاني بسرعة ٥ كلم / س فإن المسافة بينهما بعد ساعتين هي :

أ) ٢١ كلم
ب) ١١ كلم
ج) ١ كلم
د) ٢٢ كلم

٩٨- انطلقت سيارة من المدينة (أ) بسرعة ٦٠ كلم/ س وفي اللحظة نفسها انطلقت سيارة أخرى من المدينة (ب) باتجاه معاكس بسرعة ٨٠ كلم/س فإذا كانت المسافة بين المدينتين أ و ب = ١٤٠٠ كلم فإن السيارتين تلتقيان على بُعد :

أ) ٦٠٠ كلم من أ
ب) ٨٠٠ كلم من أ
ج) ٢٠٠ كلم من أ
د) ٤٠٠ كلم من أ

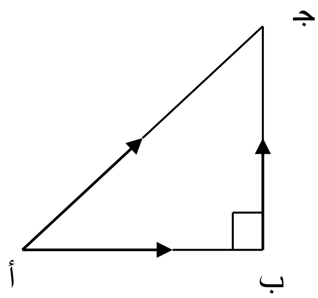
٩٩- غادر القطار(أ) محطة بسرعة ٦٠ كلم/س وبعد ساعتين غادر القطار (ب) المحطة ذاتها وفي الاتجاه ذاته بسرعة ٨٠ كلم / س بعد كم ساعة من انطلاقه يلحق بالقطار (أ) ؟

أ) ٨ ساعات
ب) ٦ ساعات
ج) ساعتين
د) ٣ ساعات

١٠٠-طارت طائرة بين مطارين في زمن قدره (ساعتان) فإذا كانت سرعتها ٤٧٠ كلم/ س فإن المسافة بين المطارين هي :

أ) ٢٣٥ كلم
ب) ٤٧٠ كلم
ج) ٤٧٢ كلم
د) ٩٤٠ كلم

١٠١–انطلقت سيارة حسب المسار المبين متجهة من أ إلى جـ ، فإذا كانت سرعتها على المسار أ ب = ٧٥ كلم/س واستغرقت ٤ ساعات لقطعها . وسرعتها على المسار ب جـ = ١٠٠ كلم/ س واستغرقت ٤ ساعات لقطعها أيضًا ، فإن المسافة بين أ ، جـ هي:



أ) ٧٠٠ كلم

ب) ٥٠٠ كلم

ج) ٧٥٠ كلم

د) ٣٢٠ كلم

١٠٢–إذا كانت س ={١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ ، ٦ ، ٧} ، وكانت ص= {١ ، ٣ ، ٥ ، ٧} فإن متممة ص بالنسبة إلى س هي :

أ) {١ ، ٣ ، ٥}

ب) {١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ ، ٦ ، ٧}

ج) {٢ ، ٤ ، ٦}

د) {٦ ، ٧}

١٠٣–عدد المجموعات الجزئية للمجموعة س التي **عدد** عناصرها (٥) هو :

أ) ١٠

ب) ٢٥

ج) ٥

د) ٣٢

١٠٤–إذا كان جذرا المعادلة أ س^{٢} + ب س = ٥ ، هما (–١ ، ٥) فإن قيمتي أ ، ب على الترتيب هما :

أ) أ = –٤ ، ب = ١

ب) أ = ١ ، ب = –٤

ج) أ = ب = ١

د) أ = ب = –٤

١٠٥–المعادلة التربيعية التي جذراها(٣+ √٢) ، (٣ – √٢) هي :

أ) س^{٢} + س+ √٣ = ٠

ب) س^{٢}+ س+ √٢ = ٠

ج) س^{٢} – ٦ س + ٧ = ٠

د) س^{٢} + $\sqrt{٢}$ س + ٣ = ٠

١٠٦– عدد موجب إذا أضيف مربعه إلى ٤ أمثاله كان الناتج (١٢) فإن العدد هو :

أ) ٢
ب) ٦
ج) ٨
د) ١٢

١٠٧– مجموعة حل المتراجحة ٢ (س – ١) < ٣ س + ١ في ك هي :

أ) { ١٥ ، ١٤ ، ... }
ب) ∅
ج) { ٣ ، ٤ ، ... }
د) ك

١٠٨– إذا كانت س = { ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ } ، ص = { – ١ ، ٠ ، ١ ، ... ، ٥ }،
ع = { (٤ ، ١)، (– ١ ، ٥)، (٥ ، ٢)، (٣ ، ٠)، (٠ ، ١) }فإن
(س x ص) ∩ ع تحتوي على :

أ) عنصرين .
ب) ٣ عناصر .
ج) ٤ عناصر.
د) ٥ عناصر.

١٠٩– العدد الذي يلي العدد (١٤) مباشرة في سلسلة الأعداد :
٢ ، ٥ ، ٨ ، ١١ ، ١٤ هو :

أ) ٢٠
ب) ١٥
ج) ١٣
د) ١٧

١١٠– تسير دراجتان في ملعب دائري ، بحيث أن الأولى تكمل دورة كاملة حول الملعب في ١٢ دقيقة بينما تكمل الثانية الدورة كاملة في ١٨ دقيقة ، فإذا انطلقت الدراجتان في نفس الاتجاه، وفي نفس الوقت ، بعد كم دقيقة سوف تلتقيان لأول مرة ؟

أ) ٣٦ دقيقة .
ب) ٧٢ دقيقة .

ج)   ١٠٨ دقائق .
د)   غير ذلك .

١١١–المتوسط الحسابي للأعداد : ٢ ، ٤ ، ٥ ، ٩ ، ١٠ هو :

أ) ٥

ب) ٦

ج) ٩

د) ٤

١١٢–باع صاحب ماشية ١٥ % من قطيعه ، فبقي عنده ١٧٠ رأسًا ، كم كان عدد قطيعه ؟

أ) ٢٠٠ رأس

ب) ١٨٥ رأساً

ج) ٢٥٥ رأساً .

د) لاشيء مما ذكر .

١١٣–إذا كانت س هي مجموعة قواسم العدد ١٢ ، و ص هي مجموعة قواسم العدد ١٨ فإن س ∩ ص تساوي :

أ) { ١ ، ٢ ، ٣ }

ب) { ١ ، ٢ ، ٣ ، ٦}

ج) $\varnothing$

د) {٢ ، ٣ ، ٦}

١١٤–إذا ألقي حجر نرد منتظم ومتماثل مرة واحدة فإن احتمال ظهور عدد أولي يساوي:

أ) $\frac{١}{٥}$

ب) $\frac{٣}{٥}$

ج) $\frac{١}{٢}$

د) $\frac{١}{٦}$

١١٥–إذا كان $\frac{١}{٨}$ **عدد يساوي** $\frac{١}{٥}$ **فإن** $\frac{٥}{٨}$ **العدد هو :**

أ) $\frac{٥}{٦٤}$

ب) ١

ج) $\frac{٥}{٨}$

د) $\frac{١}{٨}$

١١٦–إذا كانت نسبة الناجحين إلى الراسبين في فصل ما هي ٥ : ٣ وإذا أضيف إلى الفصل ٣ طلاب راسبين آخرين أصبحت النسبة ١٠ : ٧ فإن عدد الناجحين هو :

أ) ٥١
ب) ٣٠
ج) ٢١
د) ١٨

١١٧–ناتج($\frac{١}{١٠٠٠}$ × ١٥,٢٨٣) يساوي :

أ) ٠,١٥٢٨٣
ب) ١,٥٢٨٣
ج) ١٥,٢٨٣
د) ٠,٠١٥٢٨٣

١١٨–المتر المربع يساوي :

أ) ١٠٠٠ ملم^{٢}
ب) ١٠٠٠٠٠٠ ملم^{٢}
ج) ١٠٠٠٠٠ ملم^{٢}
د) لا شيء مما ذكر .

١١٩) ناتج ($٢^{١٢}$ + $٢^{١٢}$) يساوي :

أ) $٢^{١٢}$ × $٢^{١٢}$
ب) $(٢ + ٢)^{١٢}$
ج) ٢ × $١٢^{١٢}$
د) ٢ × $٢^{١٢}$

١٢٠) ناتج (٢,٢+ ٠,٣٨ – ١,٤) يساوي :

أ) ٠,١٨
ب) ١,١
ج) ١,٨١
د) ١,١٨

١٢١) $\frac{٣,٨٤}{١٨,٢}$ تساوي $\frac{٣٨,٤}{١٨٢}$ وذلك لأننا ضربنا في الطرف الأيمن :

أ) البسط في العدد ١٠
ب) البسط والمقام في العدد ١٠
ج) البسط في العدد ١٠٠
د) البسط والمقام في العدد ١٠٠

١٢٢) أي القيم التالية تساوي الواحد الصحيح ؟

أ) $لو_{٣}٣$

ب) $لو_{٥}١٠$

ج) $لو_{١٠}١٠٠$

د) $لو_{١}٢$

١٢٣ – القاسم المشترك الأكبر للأعداد: ٣٦ ، ٢٧ ، ٢٤ هو :

أ) ١٢
ب) ٩
ج) ٣
د) ٦

١٢٤) $\sqrt{\frac{٣٢}{٩}}$ **يساوي :**

أ) $\frac{٤\sqrt{٢}}{٣}$

ب) $٤\sqrt{٢}$

ج) $\frac{\sqrt{٣٢}}{٩}$

د) لاشي مما ذكر

١٢٥) $\frac{٣}{\sqrt{٣}}$ **يساوي :**

أ) $٢\sqrt{٣}$

ب $\frac{\sqrt{٣}}{٣}$

ج $\sqrt{٣}$

د $٣\sqrt{٣}$

١٢٦) $\sqrt{س+ص}$ يساوي : (**حيث س > . ، ص > .**)

أ) $\sqrt{س}+\sqrt{ص}$

ب) س + ص

ج) س ص

د) لا شيء مما ذكر .

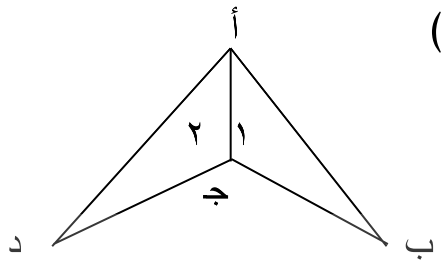
في الأسئلة من (١٢٧ إلى ١٣٥) ظلل في ورقة الإجابة الدائرة المحتوية على الرمز أ إذا كانت العبارة صحيحة والدائرة المحتوية على الرمز ب إذا كانت العبارة خاطئة .

١٢٧– أ ب جـ مثلث، أ د ⊥ ب جـ، د ∋ [ب جـ] ،إذا كان أ ق ⊥ أ د فإن أ ق ⊥ ب حـ

١٢٨) مركز تناظر نصف مستقيم هو منتصفه .

١٢٩) في الشكل المجاور : المثلثان أ ب جـ ، أ د جـ متطابقان ، حيث

ق ($\widehat{١}$)= ق ($\widehat{٢}$) ، ق ($\widehat{ب}$) = ق ($\widehat{د}$)



١٣٠) الأطوال $\sqrt{٣}$ سم ،٢$\sqrt{٣}$ سم ، ٣ سم ، تمثل أطوال أضلاع مثلث قائم الزاوية .

١٣١) الأطوال ٢سم ، ٣ سم ، ٦ سم تصلح أن تكون أطوال أضلاع مثلث.

١٣٢) العدد ٩٧١٢٨ يقبل القسمة على كل من ٢ ، ٣ ، ٤ .

١٣٣) ٩١ عدد أولي .

١٣٤) القاسم المشترك الأكبر × المضاعف المشترك الأصغر للعددين (أ ، ب) يساوي أ × ب

١٣٥) تستهلك سيارة ٤٠ لترًا من الوقود لقطع مسافة ٣٠٠ كلم فإنه يكفيها ٥٠ لترًا لتقطع مسافة ٤٥٠ كلم ؟

معلومات مهمه

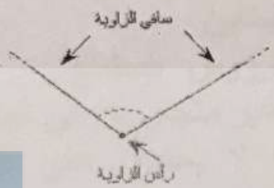
الفصل الأول
الهندسة المستوية

النقطة : تشير إلى مكان في الفراغ ولا يوجد لها سمك ولا عرض ولا طول . (لا يوجد لها أبعاد).

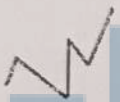
صفات المستقيم : ليس له بداية وليس له نهاية
من نقطة واحدة يمر ما لا نهاية من المست
في نقطتين مختلفتين يمر مستقيم واحد فق
على المستقيم ما لا نهاية من النقاط

القطعة المستقيمة : هي جزء من مستقيم محدود بنقطتين (أي يوجد لها بداية

الشعاع : هو جزء من مستقيم له بداية وليس له

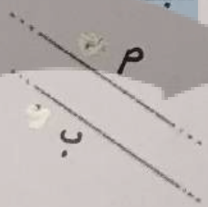


الزاوية : تنتج عن شعاعين يخرجان من رأس مشترك



الخط المنكسر : مبني من قطع مستقيمة تتصل ببعضها البعض في سلسلة ليست على استق واحدة.

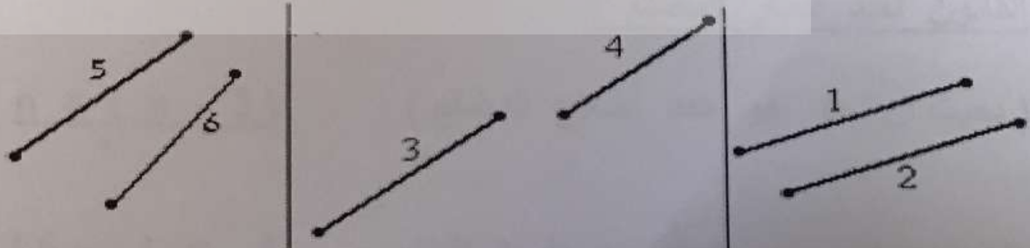
المستقيمان المتوازيان :هما المستقيمان اللذان لا يلتقيان أبداً أي البعد بينهما ثابت



اشارة التوازي هي: ||

م || ب يعني أن المستقيمين م و ب متوازيان

القطعتان المتوازيتان :هما قطعتان واقعتان على مستقيمين متوازيين



القطعتان 1 و 2 متوازيتان

القطعتان 3 و 4 متوازيتان

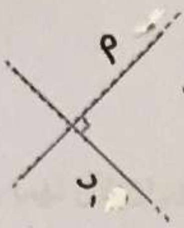
القطعتان 5 و 6 غير متوازيتين (لأن المستقيمين اللذين يمران بهما غير متوازيين).

المستقيمان المتعامدان:

هما مستقيمان متقاطعان يُكونان بينهما زاوية قائمة

إنتبهوا:

المستقيمان قد يقعان في كل اتجاه، شرط أن تكون الزاوية بينهما قائمة.



إشارة التعامد هي: $\perp$

أ $\perp$ ب يعني أن "المستقيمين أ وَ ب متعامدان".

المضلع :

التعريف : هو خط منكسر مغلق

في كل مضلع يوجد :

١. أضلاع : هي القطع المستقيمة التي تركب المضلع

٢. رؤوس : هي نقاط الإلتقاء بين كل ضلعين .

٣. زوايا : تتكون في كل رأس من رؤوس المضلع .

٤. قطر : هو قطعة تصل بين رأسين غير متجاورين في المضلع.

(إنتبه : طبعا المثلث هو مضلع لكنه لا يحتوي على اقطار)

٥. عدد الأضلاع = عدد الرؤوس = عدد الزوايا

تصنف المضلعات حسب عدد الأضلاع :

١. المثلثات : ولها ٣ أضلاع ٣ رؤوس ٣ زوايا

٢. الأشكال الرباعية : ولها ٤ أضلاع ٤ رؤوس ٤ زوايا

٣. الأشكال الخماسية : ولها ٥ أضلاع ٥ رؤوس ٥ زوايا

٤. الأشكال السداسية : ولها ٦ أضلاع ٦ رؤوس ٦ زوايا

٥. الأشكال السباعية : ولها ٧ أضلاع ٧ رؤوس ٧ زوايا

وهكذا ....

القانون لعدد أقطار المضلع :

(بحيث ان n هو عدد أضلاع المضلع) $\frac{n \times (n - 3)}{٢}$

مثال : مضلع ذو ٦ أضلاع له ٩ أقطار $\frac{6 \times (6 - 3)}{2} = ٩$

القانون لعدد الاقطار من الرأس الواحد :

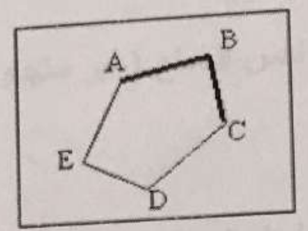
(بحيث ان n هو عدد أضلاع المضلع)

$n - 3$

مثال : مضلع ذو ٧ أضلاع له ٤ أقطار من كل رأس $7 - 3 = 4$

الضلعان المتجاوران (في المضلع) :

هما ضلعان في المضلع لهما رأس مُشترك.
مثال: الضلعان A B و B C في الشكل الخماسي هذا هما متجاوران لأن لهما رأسًا مشتركًا B.

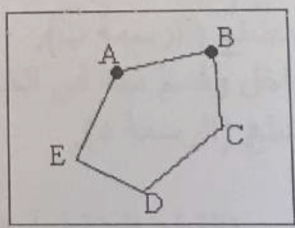


الرأسان المتجاوران (في المضلع) :

هما رأسان في المضلع ينتميان إلى نفس الضلع (أي يربط بينهما ضلع مشترك)
في كل رأس من رؤوس المضلع تتكوّن زاوية للمضلع.
عندما نتحدّث عن زوايا المضلع فإننا نقصد فقط لزواياه الداخلية.

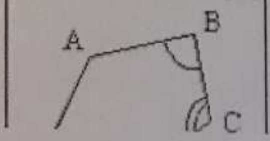
مثال: الرأس A والرأس B هما رأسان متجاوران ينتميان إلى نفس الضلع AB

بكلمات أخرى الرأس B يجاور الرأس A

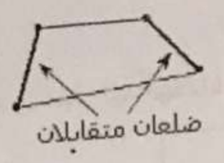


الزاويتان المتجاورتان (في المضلع) :

هما زاويتان في المضلع رأساهما متجاوران (يربط بينهما ضلع مشترك).
في المضلع في الرسمة، الزاويتان المعلمتان (∢B و ∢C) هما زاويتان متجاورتان
بكلمات أخرى : الزاوية B تجاور الزاوية C

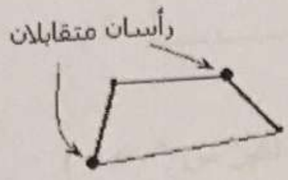


الضلعان المتقابلان في الشكل الرباعي :



هما ضلعان لا يوجد بينهما رأس مشترك (غير متجاورين).

الرأسان المتقابلان في الشكل الرباعي :



هما رأسان لا ينتميان إلى نفس الضلع (غير متجاورين)

الزاويتان المتقابلتان في الشكل الرباعي :

هما زاويتان رأساهما متقابلان (غير متجاورين)

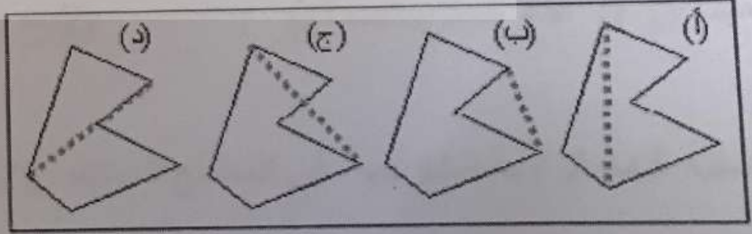
القطر في المضلع :

هو قطعة تصل بين رأسين غير متجاورين في المضلع.

هناك أربع إمكانيات لموقع القطر في المضلع:

- أن يقع بكامله في المضلع (الرسمة أ).
- أن يقع بكامله خارج المضلع (الرسمة ب).
- أن يقع قسمٌ منه في الداخل وقسمٌ منه في الخارج (الرسمة ج).
- أن يقع قسم منه على ضلع (الرسمة د).

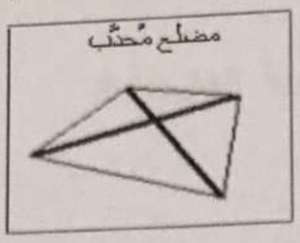
أمثلة: (القطع المتقطعة هي أمثلة لأقطار).



في المثلث لا يوجد أقطار لأن كل رأسين فيه هما متجاوران.

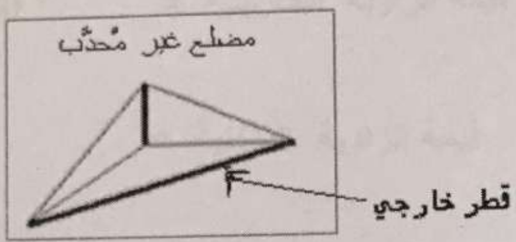
المضلع المُحدَّب:

هو مضلع يحوي في داخله كلَّ أقطاره وهو مضلع كل زاوية داخلية فيه أصغر من ١٨٠°.



(المضلع الغير محدب المقعّر) :

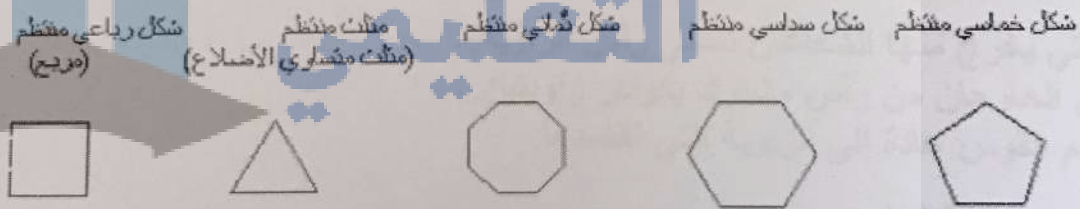
(هو مضلع يقع أحد أقطاره خارجه (فيه زاوية منعكسة أكبر من ١٨٠°)



المضلع المنتظِم :

هو مضلع كل أضلاعه متساوية وكل زواياه متساوية.

أمثلة:



قانون لحساب قيمة الزاوية الداخلية في المضلع المنتظم :

$$\frac{180 \times (n-2)}{n}$$ (بحيث أن n عدد أضلاع المضلع)

قانون لحساب قيمة الزاوية الخارجية في المضلع المنتظم (تذكر : جميع أضلاعه وزواياه متساوية)

$$\frac{360}{N}$$ (بحيث أن n عدد أضلاع المضلع)

مثال ١ :

في المثلث المتساوي الأضلاع قيمة الزاوية الداخلية = $\frac{180 \times (3-2)}{3} = 60°$

في المثلث المتساوي الأضلاع قيمة الزاوية الخارجية = $\frac{360}{3} = 120°$

مثال 2 :

في المربع قيمة الزاوية الداخلية = $\frac{180 \times (4-2)}{4} = 90°$

في المربع قيمة الزاوية الخارجية = $\frac{360}{٤} = 90°$

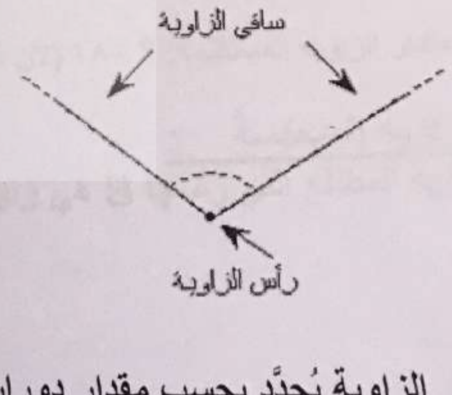
في المخمس قيمة الزاوية الداخلية = $\frac{180 \times (5-2)}{5} = 108°$

الزوايا

تعريف الزاوية : تتكوّن من شعاعَين خارجين من نقطة مشتركة.

تُسمى الشعاعين ساقي الزاوية.

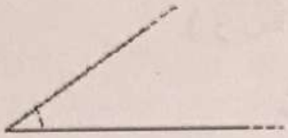
النقطة التي يخرج منها الشعاعان تُسمى رأس الزاوية.
الشعاعان الخارجان من رأس مُشترك يكونان زاويتين.
يشير رسم القوس عادة إلى الزاوية التي نقصدها.



كُبْر الزاوية يُحدَّد بحسب مقدار دوران أحد الشعاعين بالنسبة للآخر («الفتحة» بين الساقين).

تصنف الزوايا إلى أنواع مختلفة:

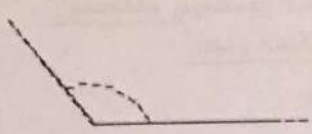
الزاوية الحادّة :



هي زاوية أصغر من زاوية قائمة.

مقدار الزاوية الحادة أصغر من ٩٠ °.

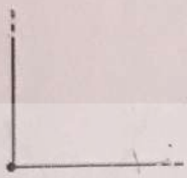
الزاوية المنفرجة :



هي زاوية أكبر من الزاوية القائمة وأصغر من الزاوية المستقيمة.

مقدار الزاوية المنفرجة هو بين ٩٠ ° و ١٨٠ ° (لا يشملهما).

الزاوية القائمة :



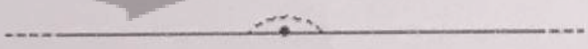
هي كل زاوية من الزاويتين الناتجتين من تنصيف زاوية مستقيمة.

مقدار الزاوية القائمة: ٩٠ °.

في الرسم نُشير عادة إلى الزاوية القائمة هكذا:

يمكن فحص الزاوية القائمة بواسطة قرنة مستطيلة أيّا كانت (مثلا، بطاقة مستطيلة) هكذا:

الزاوية المستقيمة :

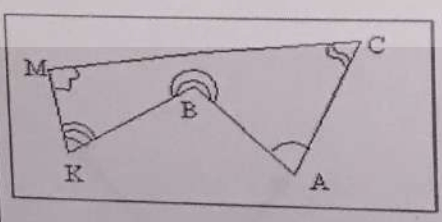


هي الزاوية التي يُشكّل ساقاها مستقيمًا.

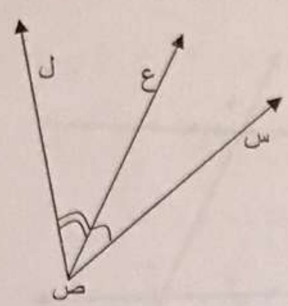
مقدار الزاوية المستقيمة: ١٨٠ ° (لأن الدورة الكاملة فيها ٣٦٠ °).

الزاوية المنعكسة :

زاوية المضلع التي رأسها B هي زاوية أكبر من ١٨٠° (منعكسة).



الزاويتان المتجاورتان :



تكون الزاويتان س ص ع ، ع ص ل متجاورتان إذا كان :

لهما رأس واحدة (ص) ، ولهما ضلع مشترك ($\overrightarrow{\text{ص ع}}$).

الضلعان المتطرفان ($\overrightarrow{\text{ص س}}$ ، $\overrightarrow{\text{ص ل}}$) في جهتين

مختلفتين من الضلع المشترك ($\overrightarrow{\text{ص ع}}$) .

الزاويتان المتجاورتان الحادثتان من تقاطع مستقيم وشعاع نقطه بدايته تقع على هذا المستقيم <u>متكاملتان</u>
اذا كانت الزاويتان متجاورتان متكاملتان فان ضلعيهما المتطرفين يكونان على <u>استقامه واحدة</u>
اذا كانت الزاويتان المتجاورتان متتامتين فان ضلعيهما المتطرفين يكونان <u>متعامدين</u>

مجموع قياس الزوايا المتجاورة على مستقيم يساوي ١٨٠° .

مجموع قياس الزوايا المجتمعة حول نقطة يساوي ٣٦٠° .

الزاويتان المتقابلتان بالرأس :

إذا تقاطع مستقيمان فإن كل زاويتان متقابلتان بالرأس متطابقتان

(متساويتان في القياس).

الزاويتان المتتامتان :

تكون الزاويتان متتامتان إذا كان مجموع قياسهما ٩٠° .

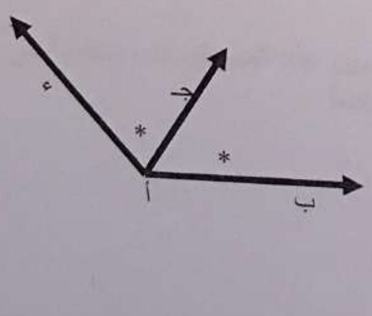
الزاويتان المتكاملتان :

تكون الزاويتان متكاملتان إذا كان مجموع قياسهما ١٨٠° .

لاحظ أن

الزاوية الحادة تكملها زاوية منفرجة
الزاوية المنفرجة تكملها زاوية حادة
الزاوية القائمة تكملها زاوية قائمة
الزاوية المستقيمة تكملها زاوية صفرية
الزاوية الحادة تتممها زاوية حادة
الزاوية القائمة تتممها زاوية صفرية

منصف الزاوية :-



هو شعاع يقسم الزاوية إلى زاويتين

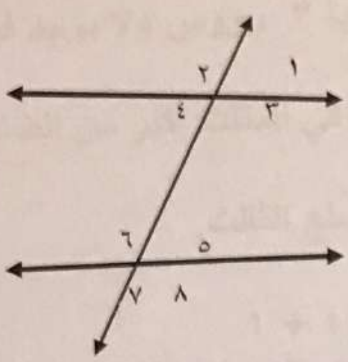
متساويتان فى القياس

إذا كان ق (ب أ جـ) = ق (جـ أ ء)

فإن أ جـ يسمى منصف للزاوية ب أ ء

أنواع الزوايا الناتجة عن قطع مستقيم مستقيمين

إذا قطع مستقيم مستقيمين ينتج
ثلاث أنواع من الزوايا



(١) زوايا متبادلة
مثل ٤ ، ٥ أو ٣ ، ٦
(٢) زوايا متناظرة
مثل ١ ، ٥ أو ٢ ، ٦
أو ٣ ، ٨ أو ٤ ، ٧
(٣) زوايا داخلة
مثل ٣ ، ٥ / ٤ ، ٦

إذا قطع مستقيم مستقيمان متوازيان فإن

١-كل زاويتين متبادلتين متساويتين فى القياس

٢-كل زاويتين متناظرتين متساويتين فى القياس

٣-كل زاويتين داخليتين وفى جهة واحدة من القاطع متكاملتان

شروط توازى مستقيمين

يتوازى المستقيمان إذا قطعهما مستقيم ثالث وحدثت إحدى الحالات الاتية
١- زاويتان متبادلتان متساويتان فى القياس
٢- زاويتان متناظرتان متساويتان فى القياس
زاويتان داخليتان وفى جهة واحدة من القاطع ومتكاملتان

ملاحظات

(١) المستقيم العمودى على أحد مستقيمين متوازيين فى المستوى يكون عمودى على الأخر
أى أن إذا كان $ل_١ // ل_٢$ ، $ل_٣ \perp ل_١$ فإن $ل_٣ \perp ل_٢$

(٢) إذا كان كلا من مستقيمين عمودى على مستقيم ثالث كان هذا المستقيمان متوازيان
أى أن إذا كان $ل_١ \perp ل_٣$ ، $ل_٢ \perp ل_٣$ فإن $ل_١ // ل_٢$

(٣) إذا وازى مستقيمان مستقيماً ثالثاً كان هذا المستقيمان متوازيان
بصورة أخرى
المستقيمان الموازيان لثالث متوزيان
أى ان إذا كان $ل_١ // ل_٣$ ، $ل_٢ // ل_٣$ فإن $ل_١ // ل_٢$

(٤) إذا قطع مستقيم عدة مستقيمات متوازية وكانت أجزاء القاطع المحصورة بين هذه المستقيمات متساوية فى الطول فإن الاجزاء المحصورة بينها لاى قاطع أخر تكون متساوية فى الطول أيضاً

المثلث

تعريف المثلث: هو عبارة عن مضلع ذو ٣ أضلاع ٣ زوايا ٣ رؤوس ولا يوجد فيه أقطار.

<u>قانون أساسي لبناء مثلث</u> :هو أن يكون مجموع كل ضلعين في المثلث أكبر من الضلع الثالث.

شرط مكافئ : أن يكون مجموع أصغر ضلعين أكبر من الضلع الثالث.

مثال ١ : من هذه الاضلاع ٤ ٦ ١ <u>لا نستطيع</u> بناء مثلث لأن ٦ > ٤ + ١

مثال ٢ : من هذه الأضلاع ٣ ٥ ٧ نستطيع بناء مثلث لأن ٧ < ٣+ ٥

نظريات المثلث

نظرية (١) :

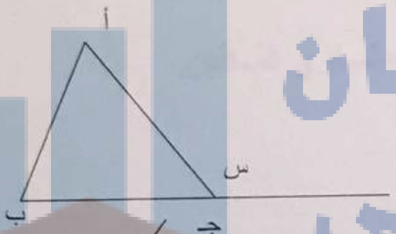
مجموع قياسات زوايا المثلث الداخلة تساوي ١٨٠°

أي أن ق (أ) + ق (ب) + ق (جـ) = ١٨٠°

نظرية (٢) :

إذا مد أحد أضلاع مثلث فإن قياس الزاوية الخارجة الناتجة تساوي مجموع قياسي الزاويتين الداخلتين للمثلث ما عدا المجاورة لها

أي أن ق (س) = ق (أ) + ق (ب)

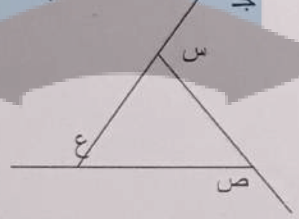


نتائج :

نتيجة (١) :

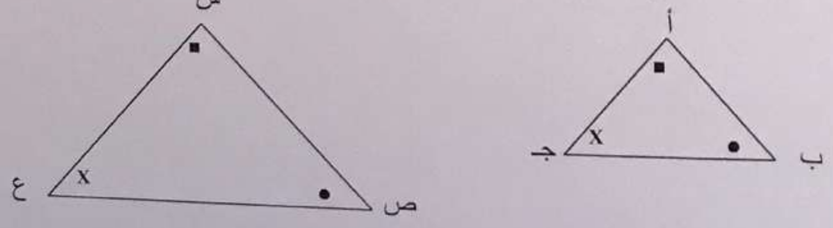
مجموع قياسات زوايا المثلث الخارجة تساوي ٣٦٠°

أي أن : ق (س) + ق (ص) + ق (ع) = ٣٦٠°



نتيجة (٢) :

إذا طابقت زاويتان في مثلث زاويتان في مثلث آخر تطابقت الزاوية الثالثة في كل منهما



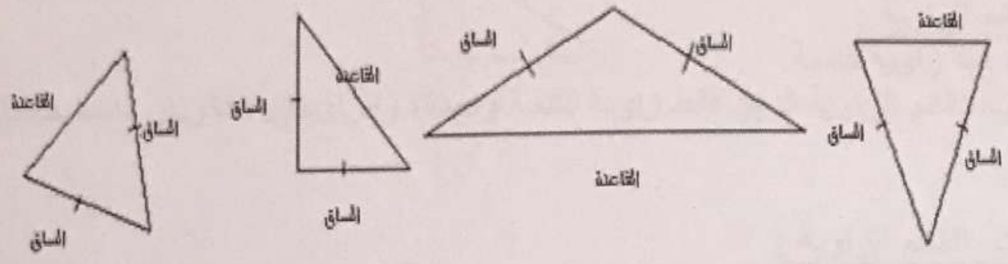
تصنيف المثلثات حسب الأضلاع :

مثلث متساوى الساقين :

تعريف : هو مثلث فيه ضلعان متساويان في الطول.

الضلعان المتساويان في المثلث المتساوي الساقين يُسميان الساقين والضلع الثالث يُسمى القاعدة.
إنتبهوا: القاعدة قد تكون أطول من الساقين، أو أقصر منهما أو تُساويهما في الطول.

أمثلة لمثلثات متساوية الساقين:

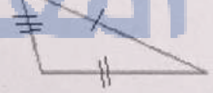


القاعدة أقصر من الساق — القاعدة أطول من الساق — القاعدة تساوي الساق

مثلث متساوى الأضلاع :

هو مثلث كل أضلاعه متساوية في الطول.
إنتبهوا: المثلث المتساوي الأضلاع هو، حالة خاصة من المثلث المتساوي الساقين.

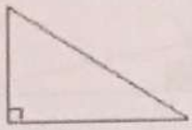
مثلث مختلف الأضلاع :



هو مثلث أضلاعه مختلفة في أطوالها.

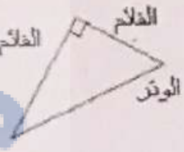
تصنيف المثلثات حسب الزوايا :

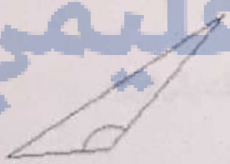
مثلث حاد الزوايا :
هو مثلث كل زواياه حادّة.
أحيانًا نُسمي هذا المثلث "مثلث حاد الزاوية".
نقصد من المصطلحين – "مثلث حاد الزوايا" و"مثلث حاد الزاوية" - نفس المثلث الذي فيه كل الزوايا حادة.



مثلث قائم الزاوية :
هو مثلث فيه زاوية قائمة.
في المثلث القائم الزاوية توجد فقط زاوية قائمة واحدة، والزاويتان الأخريان دائمًا حادّتان.

في المثلث القائم الزاوية :
نُسمي كل ضلع من ضلعي الزاوية القائمة الضلع القائم، والضلع الذي يُقابل الزاوية القائمة الوتر.





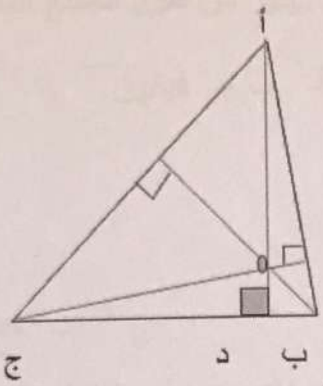
مثلث منفرج الزاوية :
هو مثلث فيه زاوية منفرجة.
في المثلث المنفرج الزاوية توجد فقط زاوية منفرجة واحدة، والزاويتان الأخريان دائمًا حادّتان.

الإرتفاع :

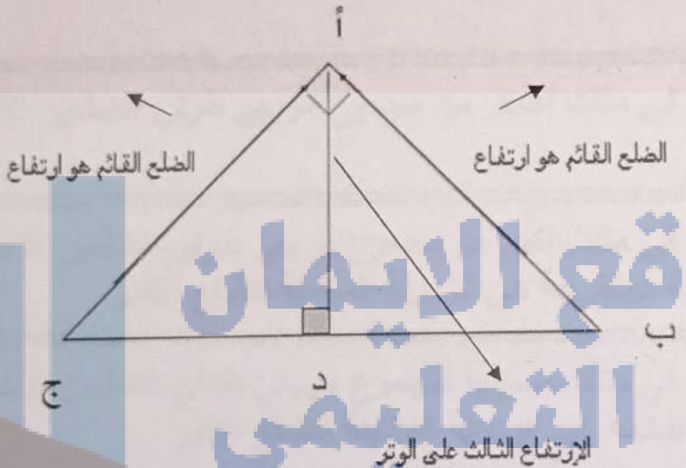
تعريفه : هو قطعة مستقيمة أحد طرفيها موجود في أحد الرؤوس ، وطرفها الآخر على الضلع المقابل أو على امتداده وهو عمودي على هذا الضلع .
في بعض المثلثات قد يكون الضلع نفسه هو أيضاً ارتفاع .

- في المثلث توجد ٣ ارتفاعات يرمز للارتفاع بالحرف h
- لكل مثلث ٣ ارتفاعات ، توجد نقطة مشتركة للارتفاعات الثلاثة أو امتداداتها .

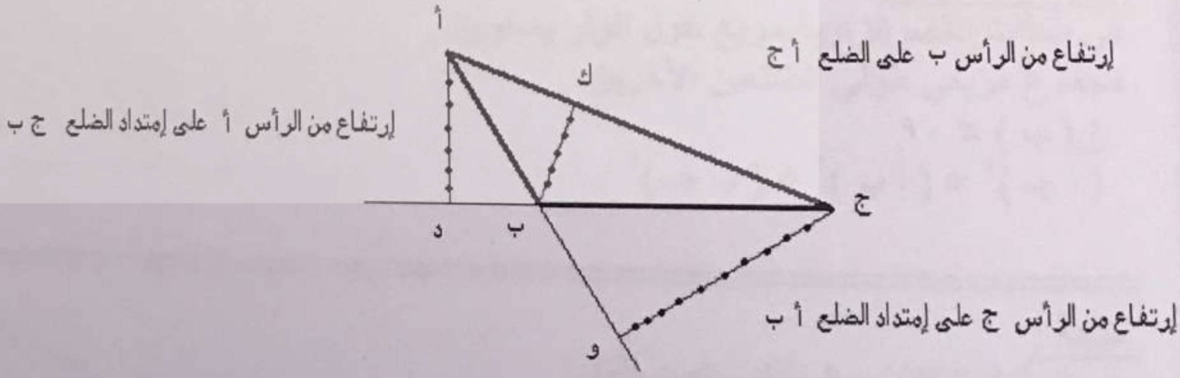
الإرتفاع فى المثلث حاد الزاوية



الإرتفاع فى المثلث قائم الزاوية :



الإرتفاع فى المثلث منفرج الزاوية :



متباينة المثلث :

مجموع طولي ضلعين في أي مثلث أكبر من طول الضلع الثالث

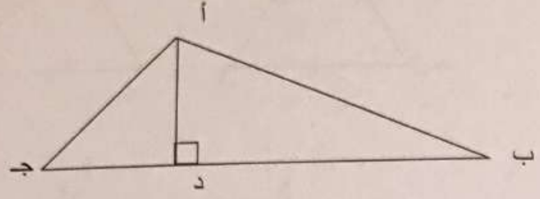
ويمكن اثبات ذلك :

في المثلث أ ب جـ نرسم $\overline{\text{أ د}} \perp \overline{\text{ب جـ}}$ فيكون

أ ب > ب د .... (١)

أ جـ > جـ د .... (٢)

بالجمع أ ب + أ جـ > ب جـ



إذا اختلف طولا ضلعين في مثلث فأكبرهما في الطول تقابله زاوية أكبر في القياس من قياس الزاوية المقابلة للآخر والعكس صحيح

==

إذا كان مربع طول الضلع الأطول في مثلث أصغر من مجموع مربعي طولي الضلعين الآخرين فإن المثلث حاد الزوايا

==

إذا كان مربع طول الضلع الأطول في مثلث أكبر من مجموع مربعي طولي الضلعين الآخرين فإن المثلث منفرج الزاوية وتكون الزاوية المنفرجة هي الزاوية المقابلة للضلع الأكبر

==

إذا كان مربع طول الضلع الأطول في مثلث مساويا لمجموع مربعي طولي الضلعين الآخرين فإن المثلث قائم الزاوية وتكون الزاوية القائمة هي الزاوية المقابلة للضلع الأكبر

((عكس نظرية فيثاغورث))

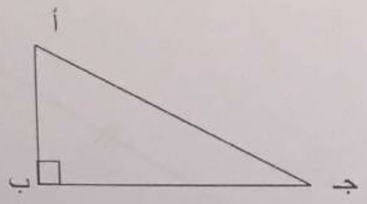
==

نظرية فيثاغورث :

في المثلث القائم الزاوية مربع طول الوتر يساوي مجموع مربعي طولي الضلعين الآخرين

ق(ب) = ٩٠°

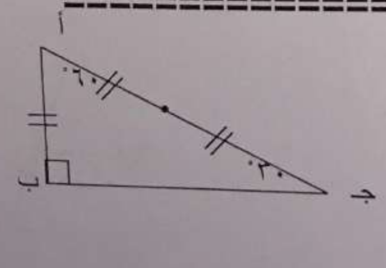
(أ جـ)^{٢} = (أ ب)^{٢} + (ب جـ)^{٢}



==

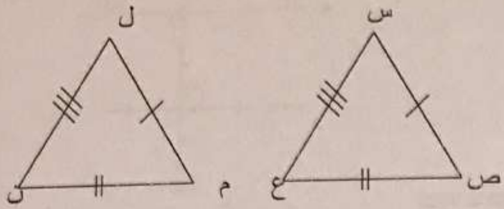
نتيجة :

في المثلث الثلاثيني الستيني يكون طول الضلع المقابل للزاوية التي قياسها ٣٠° يساوي نصف طول الوتر

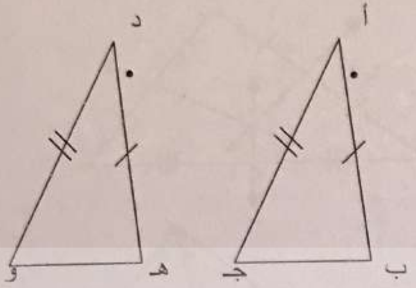


حالات تطابق المثلثين :

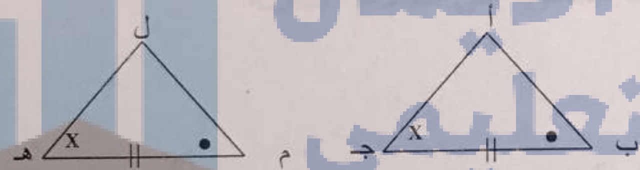
(١) يتطابق المثلثات إذا تطابق كل ضلع
في أحدهما مع نظيره في الآخر
(ض . ض . ض)



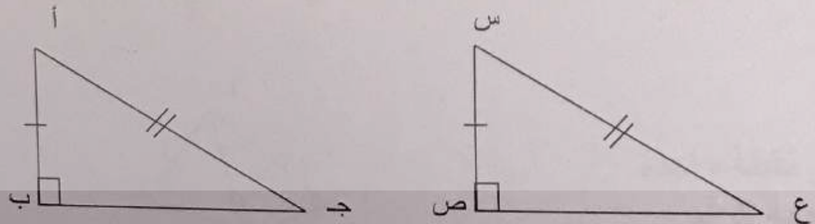
(٢) يتطابق المثلثان إذا تطابق في أحدهما ضلعان
والزاوية المشتركة معهما في الرأس مع
نظائرها في المثلث الآخر
(ض . ز . ض)



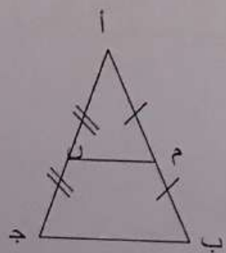
(٣) يتطابق المثلثان إذا تطابق في أحدهما زاويتان
والضلع الواصل بين رأسيهما مع نظائرها
في المثلث الآخر
(ز . ض . ز)



(٤) يتطابق المثلثان قائما الزاوية إذا تطابق
في أحدهما وتر وضلع مع نظائرهما
في المثلث الآخر

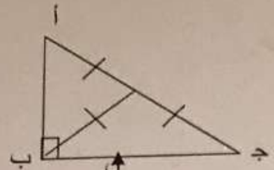


بعض نظريات المثلث :

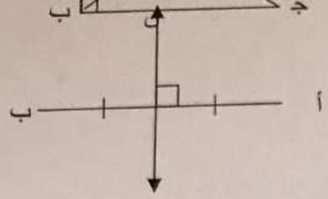


نظرية (١) :
القطعة المستقيمة الواصلة بين منتصفي ضلعي في مثلث
توازي الضلع الثالث وطولها يساوي نصف طوله

نظرية (٢) :
طول القطعة المستقيمة الواصلة من رأس القائمة
إلى منتصف الوتر يساوي نصف طول الوتر

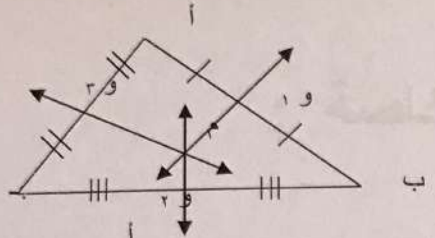


<u>محاور أضلاع المثلث :</u>
محور القطعة المستقيمة هو العمود المنصف لها
محاور أضلاع المثلث تتقاطع في نقطة واحدة

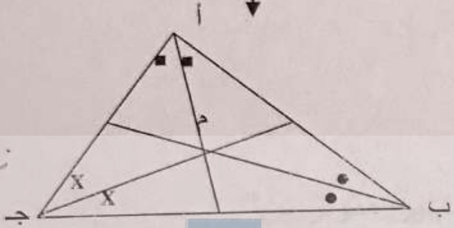


====================

نظرية (٣) :
الأعمدة المقامة على أضلاع المثلث
من منتصفاتها تتقاطع في نقطة واحدة



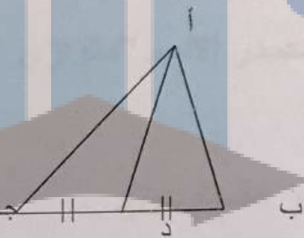
نظرية (٤) :
منصفات زوايا المثلث تتلاقى في نقطة واحدة



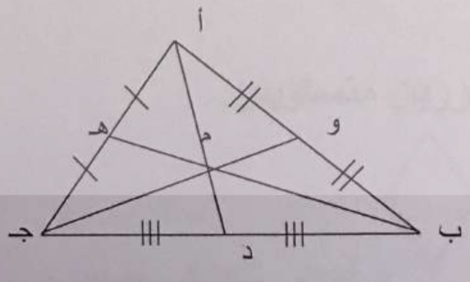
<u># نتيجة :</u>
نقطة تلاقي منصفات زوايا المثلث تقع على أبعاد متساوية من أضلاعه الثلاثة

<u>القطع المتوسطة للمثلث</u>

القطعة المتوسطة للمثلث : هي القطعة المستقيمة التي
تصل أي رأس للمثلث بمنتصف الضلع المقابل
أ د قطعة متوسطة للمثلث أ ب جـ



نظرية (٥) :
القطع المتوسطة للمثلث تتلاقى في نقطة واحدة
تقسم كل منها بنسبة ٢ : ١ من جهة الرأس



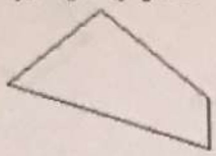
الأشكال الرباعية :

<u>تعريف :</u> هي مضلعات لها ٤ أضلاع ٤ رؤوس ٤ زوايا و ٢ أقطار

مجموع الزوايا الداخلية في الشكل الرباعي هو ٣٦٠°
نُميِّز بين أشكال رباعية خاصّة - متوازي الأضلاع، الدلتون، المُعين، المستطيل، المربع، شبه المنحرف
وبين أشكال رباعية غير خاصّة، أي أنها لا تنتمي إلى أحد الأنواع السابقة.

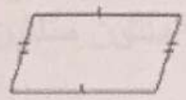
مثال:

شكل رباعي غير خاص



الأشكال الرباعية الخاصة :

متوازي الأضلاع :



تعريفه : هو شكل رباعي فيه كل ضلعين متقابلين متساويان.

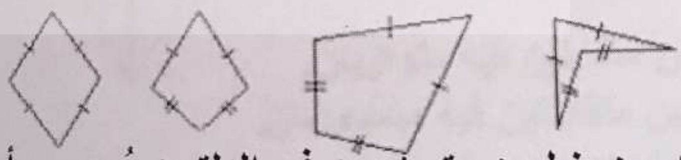
تعريف مكافئ : "هو شكل رباعي فيه زوجان من ضلعين متقابلين متوازيين".

صفات متوازى الأضلاع:

- كل ضلعين متقابلين في متوازي الأضلاع متوازيان (هذا هو أيضا مصدر الاسم "متوازي أضلاع").
- كل زاويتين متقابلتين فيه متساويتان.
- قطراه يُنصِّف أحدهما الآخر (أي أن كل قطر يقسم الآخر إلى قسمين متساويين).
- فيه تماثل دوراني مركزه نقطة تقاطع قطريه.

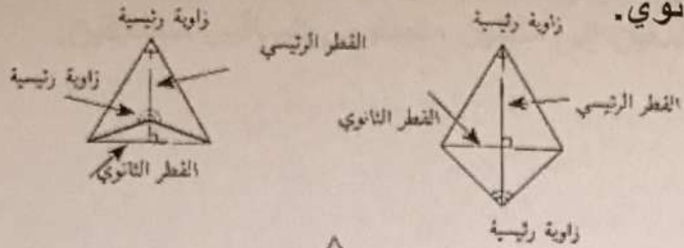
الدالتون :

هو شكل رباعي فيه زوجان منفردان من ضلعين متجاورين متساويين.

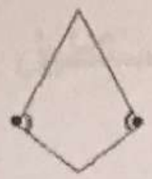


الرأس الموجود بين ضلعين متساويين في الدلتون يُسمى رأسًا رئيسيًا. في الدلتون يوجد رأسان رئيسيان.
زاوية الدلتون التي رأسها " رأسًا رئيسيًا" تسمى "زاوية رئيسية"

القطر الذي يصل الرأسين الرئيسيين في الدلتون يُسمى القطر الرئيسي، بينما يُسمى القُطر الآخر القُطر الثانوي.



صفات الدلتون:



- زاويتاه الجانبيتان متساويتان.
- قطراه متعامدان.
- قطره الرئيسي يُنصّف قطره الثانوي.
- قُطره الرئيسي يقسم الدلتون إلى مثلثين متطابقين.
- فيه تماثل انعكاسي بالنسبة لقطره الرئيسي.
- قطره الثانوي يُكوِّن في الدلتون مثلثين متساويي الساقين، قاعدتهما المشتركة هي القطر الثانوي.
(إذا كان الدلتون غير محدب، يقع أحد المثلثين داخل الآخر).

مساحة الدالتون = $\frac{1}{2}$ حاصل ضرب القطرين

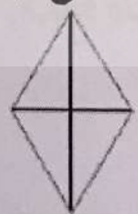
محيط الدالتون = مجموع أضلاعه

المُعيّن :

<u>تعريفه :</u> هو متوازي أضلاع خاص وأيضًا دلتون خاص.

لذلك فيه كل صفات الدلتون وصفات متوازي الأضلاع، بالإضافة إلى صفاتٍ خاصة به.

صفات المُعيّن:

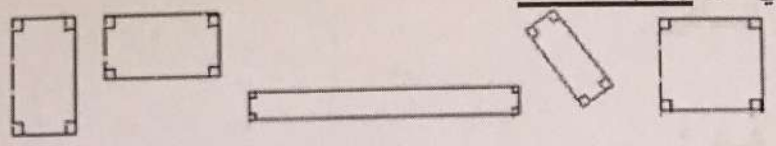


- كل ضلعين متقابلين فيه متوازيان.
- كل زاويتين متقابلتين فيه متساويتان.
- قطراه متعامدان.
- قطراه ينصّف أحدهما الآخر.
- كل قُطر فيه ينصف زاويتين متقابلتين.

- فيه تماثل انعكاسي بالنسبة لكل قطر من قطريه.
- فيه تماثل دوراني؛ مركز التماثل هو نقطة التقاء قطريه.
- كل قطر يقسم المعين إلى مثلثين متساويي الساقين متطابقين.

المستطيل

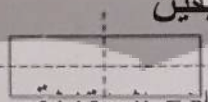
هو شكل رباعي كل زواياه قائمة.



المستطيل هو متوازي أضلاع خاص، ولذلك فيه كل صفات متوازي الأضلاع بالإضافة إلى صفاتٍ خاصة به.

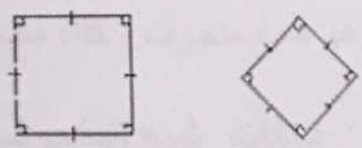
صفات المستطيل:

- كل ضلعين متقابلين فيه متساويان.
- كل ضلعين متقابلين فيه متوازيان.
- ٤ زوايا متساوية، قوائم.
- قطراه متساويان.
- قطراه ينصف أحدهما الآخر.
- كل قطر فيه يقسم المستطيل إلى مثلثين قائمي الزاوية ومتطابقين
- فيه تماثل دوراني؛ مركز التماثل هو نقطة التقاء القطرين.
- فيه تماثل انعكاسي؛ فيه خطا تماثل يمران في منتصفات الأضلاع المتقابلة



المربع:

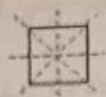
هو شكل رباعي كل أضلاعه متساوية وكل زواياه قائمة.



المربع هو شكل رباعي منتظم؛ المربع أيضًا هو متوازي أضلاع خاص، وكذلك مستطيل خاص ودلتون خاص ومعين خاص. لكل مربع توجد صفات متوازي الأضلاع، المستطيل، الدلتون والمعين بالإضافة إلى صفات خاصة به.

صفات المربع: فيه زوجان من ضلعين متقابلين متوازيين.

- فيه ٤ زوايا متساوية، قوائم (كل زاوية قيمتها ٩٠°)
- قطراه متساويان.
- قطراه متعامدان.
- قطراه ينصّف أحدهما الآخر.

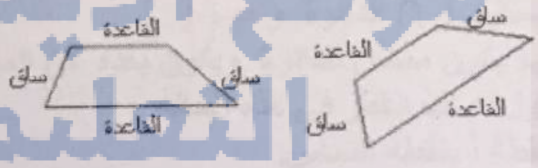


- فيه تماثل انعكاسي؛ فيه ٤ خطوط تماثل.
- فيه تماثل دوراني؛ مركز التماثل هو نقطة التقاء قطرية.
- كل قطر من قطريه يقسم المربع إلى مثلثين متطابقين، كل منهما قائم الزاوية ومتساوي الساقين.

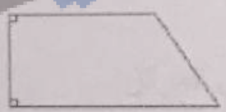
شبه المنحرف :

هو شكل رباعي فيه فقط زوج واحد من ضلعين متوازيين.
نُميّز في أضلاع شبه المنحرف بين قاعدتين وساقين:

القاعدتان - هما الضلعان المتوازيان.
الساقان - هما الضلعان الآخران (أي: الضُلعان المتقابلان غير المتوازيين).

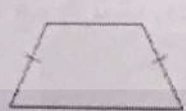


شبه منحرف قائم الزاوية :

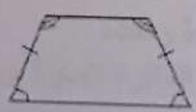


هو شبه منحرف أحد ساقيه عمودي على القاعدتين.

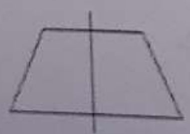
شبه منحرف متساوي الساقين :



هو شبه منحرف ساقاه متساويان.



صفات شبه المنحرف المتساوى الساقين:



- قطراهُ متساويان.
- الزاويتان بين الساقين وكل قاعدة من القاعدتين متساويتان.
- فيه تماثل انعكاسي ؛ خط تماثله يمر في منتصفي قاعدتيه.

الفصل الثاني هندسة الدائرة

(١) الدائرة : هي المنحنى المغلق الذي جميع نقطة على بعد متساو من نقطة معلومة في مستواه تسمى مركز الدائرة .

(٢) نصف القطر : هو القطعة المستقيمة التي أحد طرفيها مركز الدائرة والطرف الأخر نقطة تنتمي إلى الدائرة .(نق)

(٣) الوتر : هو قطعة مستقيمة نهايتاها على الدائرة .

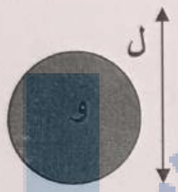
(٤) القطر: هو وتر مار بمركز الدائرة = ٢ نق

ملاحظات

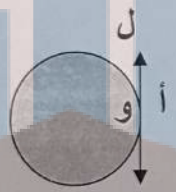
أطول وتر في الدائرة هو القطر

أي مستقيم يمر بمركز الدائرة هو محور تناظر لها الدائرة لها عدد لا نهائي من محاور التناظر .

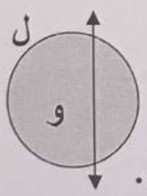
وضع مستقيم بالنسبة إلى الدائرة



(١) إذا كان المستقيم ل ∩ الدائرة و = Φ
فإن المستقيم يكون خارج الدائرة ويكون بعده عن المركز أكبر من نصف القطر في هذه الحالة



(٢) إذا كان المستقيم ل ∩ الدائرة و = { أ }
فإن المستقيم يكون مماس للدائرة ويكون بعده عن المركز مساويا لطول نصف القطر في هذه الحالة
وتسمى النقطة أ بنقطة التماس.



(٣) إذا كان المستقيم ل ∩ الدائرة و={ أ ، ب }
فإن المستقيم يكون قاطع للدائرة ويكون بعده عن المركز أصغر من طول نصف القطر في هذه الحالة .

ملاحظة

المماس : هو المستقيم الذي يشترك مع الدائرة في نقطة واحدة .

نظرية (١)

كل ثلاث نقط ليست على استقامة واحدة تمر بها دائرة واحده

نتيجة

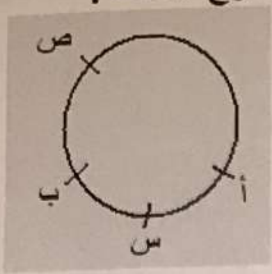
نقطة تقاطع الأعمدة المنصفة لأضلاع المثلث هي مركز الدائرة المارة برؤوسه .

ملاحظات

(١) مركز الدائرة المارة برؤوس المثلث الحاد الزوايا يقع داخل المثلث

(٢) مركز الدائرة المارة برؤوس المثلث القائم الزاوية يقع على المثلث (نقطة تنتمي للمثلث)

(٣) مركز الدائرة المارة برؤوس المثلث المنفرج الزاوية يقع خارج المثلث .



١) القوس:

هو مجموعة النقط المحصورة بين نقطتين على الدائرة فمثلا" أ س ب يمثل القوس الأصغر

أ ص ب يمثل القوس الأصغر

ملحوظة: الرمز أ ب يعنى القوس الأصغر ما لم يذكر خلاف ذلك

٢) الزاوية المركزية:

هى الزاوية التى رأسها مركز الدائرة ويحتوى كل ضلع من ضلعيها نصف قطر فى الدائرة.

< أ م ب زاوية مركزية يقابلها القوس أ جـ ب

< أ م ب زاوية مركزيه منعكسة يقابلها القوس أ د ب

٣) الزاوية المحيطية :

هى الزاوية التى رأسها على الدائرة ويحمل كل ضلع من ضلعيها وترا" فى الدائرة فمثلا" : < جـ د ب زاوية محيطية يقابلها القوس جـ ب

٤)قياس القوس: هو قياس الزاوية المركزية المقابلة له .

٥) طول القوس : هو جزء من محيط الدائرة .

نتائج هامة:

١) فى الدائرة الواحدة أو الدوائر المتطابقة الأقواس المتساوية فى القياس متساوية فى الطول والعكس صحيح .

٢) فى الدائرة الواحدة أو الدوائر المتطابقة الأقواس المتساوية فى القياس أوتارها متساوية فى الطول والعكس صحيح

٣) الوتران المتوازيان فى الدائرة يحصران قوسين متساويين فى القياس.

٤) القوسان المحصوران بين وتر ومماس يوازيه فى الدائرة متساويان فى القياس.

نظرية:-

الأوتار المتساوية في الدائرة تبعد أبعاد متساوية عن المركز.

نظرية عكسية:

الأوتار التي تبعد أبعادا متساوية عن المركز تكون متساوية.

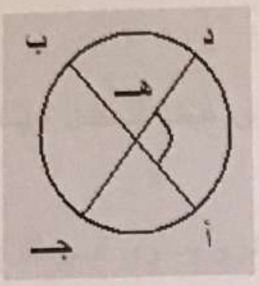
نظرية

" قياس الزاوية المحيطية يساوى نصف قياس الزاوية المركزية المشتركة معها فى نفس القوس "

ق(<أجــ ب) = ١/٢ ق(< أم ب)

نتيجة(١) قياس الزاوية المحيطية يساوى نصف قياس القوس المقابل لها .

نتيجة(٢) الزاوية المحيطية المرسومة فى نصف دائرة قائمة .



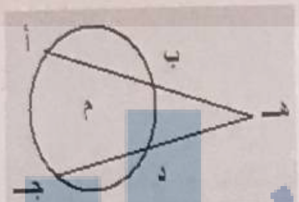
تمرين مشهور(١):

إذا كان أب ، جــ د وتران فى الدائرة م

أ ب ∩ جــ د = { هــ } فإن :

ق(<أهــ جــ) = ١/٢ {ق(أجــ)+ق(د ب) }

= ١/٢ { ق(أ د) + ق(ب جــ) }



تمرين مشهور(٢) :

إذا كان أ ب ، جــ د وتران فى الدائرة م

أ ب ∩ جــ د ={ هــ } حيث هــ خارج الدائرة فإن

ق(<هــ) = ١/٢ { ق(أ جــ) – ق(ب د) }

نظرية

" الزوايا المحيطية التى تحصر نفس القوس فى الدائرة متساوية فى القياس "

ق(<جــ)=ق(<د)=ق(<هــ)

نتيجة : الزوايا المحيطية التى تحصر أقواسا" متساوية فى القياس فى الدائرة الواحدة أو (عدة دوائر) متساوية فى القياس .

عكس نظرية

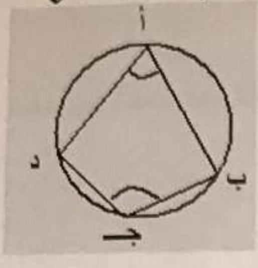
" إذا تساوى قياسا زاويتين مرسومتين على قاعدة واحده وفى جهة واحده منها فإنه تمر برأسيهما دائرة واحده وتكون هذا القاعدة وترا" فيها "

نظرية

" إذا كان الشكل الرباعي دائريا" فإن كل زاويتين متقابلتين فيه متكاملتان "

(١) ق(<أ) + ق(<جـ)= ١٨٠ °

(٢) ق(ب) + ق(<د) = ١٨٠ °



عكس نظرية

" إذا وجدت زاويتان متقابلتان متكاملتين فى شكل رباعي كان هذا الشكل رباعي دائري "

<u>نتيجة :</u> قياس الزاوية الخارجة عند أى رأس من رؤوس الشكل الرباعي الدائري يساوى قياس الزاوية الداخلة المقابلة للمجاورة لها .

حالات الشكل الرباعي الدائري

<u>يكون الشكل الرباعي دائريا" فى إحدى الحالات الآتية :</u>

١) إذا وجدت نقطة فى المستوى داخله تبعد عن كل رأس من رؤوسه بمقدار ثابت أو إذا كانت رؤوسه الأربعة على بعد ثابت من نقطة ثابتة

٢) إذا وجدت زاويتان مرسومتان على ضلع من أضلاعه كقاعدة ومتساويتان فى القياس .

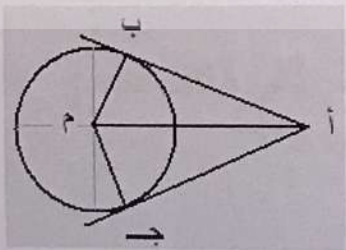
٣) إذا وجدت زاويتان متقابلتان فيه متكاملتان.

٤) إذا وجدت زاوية خارجه عند أى رأس من رؤوسه قياسها يساوى قياس الزاوية الداخلة المقابلة للمجاورة لها .

نظرية

" القطعتان المماستان المرسومتان من نقطة خارج الدائرة متساويتان فى الطول "

أ ب = أ جـ



<u>نتائج النظرية :</u>

إذا كان أ ب ، أ جـ قطعتين مماستين للدائرة م فإن

١) م أ محور ب جـ (م أ ⊥ ب جـ وينصفه)

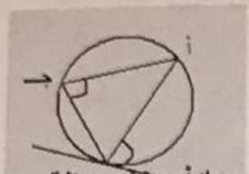
٢) أ م ينصف < ب أ جـ ، م أ ينصف < ب م جـ

تعريف :

الدائرة الداخلة للمثلث هى الدائرة التى تمس أضلاعه من الداخل ويكون مركزها نقطة تقاطع منصفات زوايا المثلث الداخلية

نظرية

" قياس الزاوية المماسية يساوى قياس الزاوية المحيطية المشتركة معها فى نفس القوس "



نتيجة:

قياس الزاوية المماسية يساوى نصف قياس الزاوية المركزية المشتركة معها فى نفس القوس

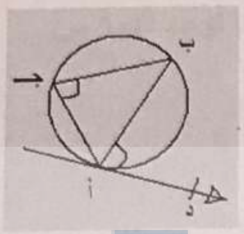
عكس نظرية (٣ – ٢)

" إذا رسم أ د من إحدى نهايتي الوتر أ ب

فى الدائرة م بحيث كان

ق(< د أ ب)=ق(< جـ) فإن

أ د مماس للدائرة عند أ



ملاحظة

(١) طول القوس هو طول جزء من محيط الدائرة .

طول الدائرة = محيطها = ٢ π نق ، قياس الدائرة = ٣٦٠ °

طول نصف دائرة = π نق ، قياس نصف دائرة = ١٨٠ °

طول $\frac{٣}{٤}$ دائرة = $\frac{٣}{٤}$ × ٢ π نق = $\frac{٣}{٢}$ π نق

قياس $\frac{٣}{٤}$ دائرة = $\frac{٣}{٤}$ × ٣٦٠ = ٢٧٠ °

(٢) طول القوس = $\frac{\text{قياس الزاوية المركزية المقابلة}}{٣٦٠}$ × ٢ π نق

نق نصف قطر الدائرة ، π = $\frac{٢٢}{٧}$ (ما لم يذكر خلاف ذلك)

البعد بين نقطتين

إذا كانت أ = (س١ ، ص١) ، ب = (س٢ ، ص٢) فإن البعد بين النقطتين أ ، ب يتعين من العلاقة

أ ب = $\sqrt{(س_{٢} - س_{١})^{٢} + (ص_{٢} - ص_{١})^{٢}}$ = $\sqrt{\text{مربع فرق السينات + مربع فرق الصادات}}$

إذا كانت أ = (١ ، ٢) ، ب = (٤ ، ٦) أوجد البعد بين أ ، ب

أ ب = $\sqrt{(٤-١)^{٢} + (٦-٢)^{٢}} = \sqrt{(٣)^{٢} + (٤)^{٢}} = \sqrt{٩ + ١٦} = \sqrt{٢٥} = ٥$ وحدات

مثال إذا كان أ = (١ ، ٢) ، ب = (س ، ٦) وكان طول أ ب = ٥ وحدات أوجد قيمة س

الحل

أ ب = ٥

$\sqrt{(س - ١)^{٢} + (٦ - ٢)^{٢}} = ٥$ بالتربيع

$(س - ١)^{٢} + (٤)^{٢} = ٢٥$

$س^{٢} - ٢س + ١ + ١٦ - ٢٥ = ٠$

$س^{٢} - ٢س - ٨ = ٠$

$(س - ٤)(س + ٢) = ٠$

س = ٤ س = −٢

مثال اثبت أن النقط أ (−١ ، ١) ، ب (٠ ، ٤) ، جـ (٣ ، ١) تقع على محيط دائرة واحدة مركزها م (١ ، ٢) وأوجد طول نصف قطرها ومحيطها ومساحتها .

الحل

م أ = $\sqrt{(١ + ١)^{٢} + (٢ - ١)^{٢}} = \sqrt{٤ + ١} = \sqrt{٥}$

م ب = $\sqrt{(١ - ٠)^{٢} + (٤ - ٢)^{٢}} = \sqrt{١ + ٤} = \sqrt{٥}$

م جـ = $\sqrt{(٣ - ١)^{٢} + (٢ - ١)^{٢}} = \sqrt{٤ + ١} = \sqrt{٥}$

م أ = م ب = م جـ أ ، ب ، جـ تقع على محيط دائرة واحدة ويكون نق = $\sqrt{٥}$

محيط الدائرة = ٢ π نق = ٢ × π × $\sqrt{٥}$ = ١٤سم^{٢}

مساحة الدائرة = π نق^{٢} = $\pi (\sqrt{٥})^{٢}$ = π × ٥ = ١٥,٧سم^{٢}

أحداثيات نقطة التنصيف

إذا كانت إحداثيات أ = ($س_١$ ، $ص_١$) ،، ب = ($س_٢$ ، $ص_٢$) فإن

إحداثيات منتصف أ ب = ($\frac{س_١+س_٢}{٢}$ ، $\frac{ص_١+ص_٢}{٢}$)

مثال إذا كانت أ = (١ ، ٢) ، ب = (٣ ، ٦) أوجد منتصف أ ب

الحـــــــل

منتصف أ ب = ($\frac{١+٣}{٢}$ ، $\frac{٢+٦}{٢}$) = ($\frac{٤}{٢}$ ، $\frac{٨}{٢}$) = (٢ ، ٤)

مثال إذا كانت أ = (٢ ، ١) ، ب = (٥ ، -١) ، جـ(٦ ، ٥) ، ء = (٣ ، ٧) اثبت أن الشكل أ ب جـ ء متوازي أضلاع

الحـــــــل

منتصف أ جـ = ($\frac{٢+٦}{٢}$ ، $\frac{١+٥}{٢}$) = (٤ ، ٣)

منتصف ب ء = ($\frac{٥+٣}{٢}$ ، $\frac{-١+٧}{٢}$) = (٤ ، ٣)

منتصف أ جـ = منتصف ب ء

∴ أ جـ ، ب ء ينصف كلا منهما الاخر

∴ الشكل أ ب جـ ء متوازى أضلاع

مثال إذا كانت أ=(-٣ ، ١) ، ب = (٥ ، ٥) أوجد أحداثيات النقط التى تقسم أ ب إلى أربعة أجزاء متساوية

الحـــــــل

ء منتصف أ ب = ($\frac{-٣+٥}{٢}$ ، $\frac{١+٥}{٢}$) = ($\frac{٢}{٢}$ ، $\frac{٦}{٢}$) = (١ ، ٣)

جـ منتصف أ ء = ($\frac{-٣+١}{٢}$ ، $\frac{١+٣}{٢}$) = ($\frac{-٢}{٢}$ ، $\frac{٤}{٢}$) = (-١ ، ٢)

هـ منتصف ء ب = ($\frac{-١+٥}{٢}$ ، $\frac{٣+٥}{٢}$) = ($\frac{٤}{٢}$ ، $\frac{٨}{٢}$) = (٢ ، ٤)

مثال أوجد مركز الدائرة التى أ ب قطر فيها أ = (١ ، ٢) ، ب = (-٥ ، ٤)

الحـــــــل

مركز الدائرة = ($\frac{١+(-٥)}{٢}$ ، $\frac{٢+٤}{٢}$) = ($\frac{-٤}{٢}$ ، $\frac{٦}{٢}$) = (-٢ ، ٣)

الميـــــــــــل

ميل مستقيم بمعلومية نقطتين

المستقيم المار بالنقطتين $(س_1 ، ص_1)$ ، $(س_2 ، ص_2)$ يتعين من العلاقة $م = \frac{ص_2 - ص_1}{س_2 - س_1}$

مثال أوجد ميل المستقيم المار بالنقطتين

$(1 ، 2) ، (4 ، 7)$

الحـــــــل

$م = \frac{ص_2 - ص_1}{س_2 - س_1} = \frac{7 - 2}{4 - 1} = \frac{5}{3}$

مثال أوجد ميل المستقيم المار بالنقطتين

$أ = (-1 ، -2)$ ، $ب = (-5 ، 1)$

الحـــــــل

$م = \frac{ص_2 - ص_1}{س_2 - س_1} = \frac{1 - (-2)}{-5 - (-1)} = \frac{3}{-4} = -\frac{3}{4}$

(١) ميل المستقيم يكون عدد حقيقى موجب أو سالب أو صفر

(٢) ميل أى مستقيم أفقى (يوازى محور السينات) = صفر وهو المستقيم الذى معادلته (ص=ثابت)

(٣) ميل أى مستقيم رأسى(يوازى محور اصادات) = ($\frac{1}{0}$ غير معرف) وهو المستقيم الذى معادلته (س=ثابت)

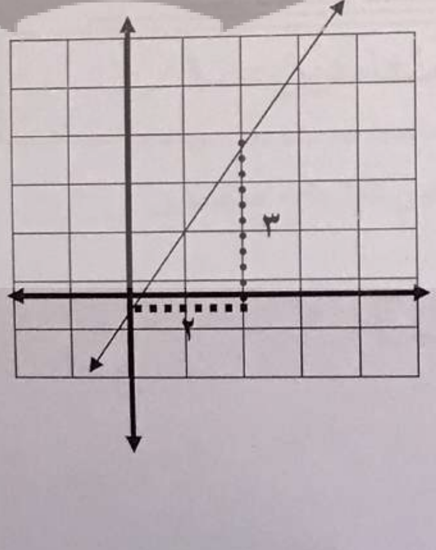
(٤) إذا كان ميل المستقيم موجب يكون شكله (↗) أما إذا كان الميل سالب يكون شكله(↘)

أما إذا كان ميله = ٠ يكون شكله (⟷) وإذا كان ميله غير معرف يكون شكله(↕)

(٥) يمكن إيجاد ميل مستقيم بيانيا عن طريق القانون $م = \frac{\text{التغير الرأسى}}{\text{التغير الأفقى}}$

(٦) يمكن أستخدام فكرة الميل لاثبات أن أ ، ب ، جـ تقع على أستقامة واحدة نثبت أن الميل بإستخدام النقطتين أ ، ب يساوى الميل بإستخدام النقطتين ب ، جـ

مثال من الشكل المقابل اوجد ميل المستقيم ل



الحـــــــل

$الميل = \frac{\text{التغير الراسى}}{\text{التغير الافقى}} = \frac{3}{2}$

إذا توازى مستقيمين تساوى ميلاهما

مثال إثبت أن المستقيمان ٦س – ٣ص +٥ = ٠ ، ص = ٢س +٧ متوازيان

الحل

$\text{م}_1 = \frac{\text{-٦}}{\text{-٣}} = \text{٢}$

$\text{م}_2 = \text{٢}$

$\text{م}_1 = \text{م}_2$

∴ المستقيمان متوازيان

مثال إذا كان المستقيمان أ س – ٦ ص +٥ = ٠ والمستقيم المار بالنقطتين (٠ ، ١) ، (٣ ، ٣) متوازيان أوجد قيمة أ

الحل

المستقيمان متوازيان

$\text{م}_1 = \text{م}_2$

$\frac{\text{-أ}}{\text{-٦}} = \frac{\text{٣ – ١}}{\text{٣ – ٠}}$

$\frac{\text{أ}}{\text{٦}} = \frac{\text{٢}}{\text{٣}}$

٣ أ = ١٢

أ = ٤

مثال أوجد معادلة المستقيم المار بالنقطة (-١ ، ٢) ويوازى المستقيم المار بالنقطتين (٠ ، ١) (٥ ، ٤)

الحل

$\text{م}_{\text{الموازى}} = \frac{\text{٤ – ١}}{\text{٥ – ٠}} = \frac{\text{٣}}{\text{٥}}$

$\text{م}_{\text{المطلوب}} = \frac{\text{٣}}{\text{٥}}$

المستقيم المطلوب يمر بالنقطة(-١ ، ٢) وميله= $\frac{\text{٣}}{\text{٥}}$

$\frac{\text{ص – ٢}}{\text{س + ١}} = \frac{\text{٣}}{\text{٥}}$

٥ ص – ١٠ = ٣س + ٣

٥ص – ٣ س – ١٣ = ٠

حاصل ضرب ميلى المستقيمين المتعامدين=-١

مثال إثبت أن المستقيمان ٢س – ٣ ص +٥ = ٠ ، ٦ س + ٤ ص +١ = ٠ متعامدين

الحل

$\text{م}_1 = \frac{\text{-٢}}{\text{-٣}} = \frac{\text{٢}}{\text{٣}}$

$\text{م}_2 = \frac{\text{-٦}}{\text{٤}} = \frac{\text{-٣}}{\text{٢}}$

$\text{م}_1 \times \text{م}_2 = \frac{\text{٢}}{\text{٣}} \times \frac{\text{-٣}}{\text{٢}} = \text{-١}$

∴ المستقيمان متعامدان

التقسيم

إذا كانت أ = $(س_١ ، ص_١)$ ،ب = $(س_٢ ، ص_٢)$ وكانت جـ تقسم أ ب بنسبة $م_١ : م_٢$ فان أحداثيت جـ تتعين من العلاقتين

إذا كان التقسيم من الداخل

$$س = \frac{م_١ \times س_٢ + م_٢ \times س_١}{م_١ + م_٢}$$

$$ص = \frac{م_١ \times ص_٢ + م_٢ \times ص_١}{م_١ + م_٢}$$

إذا كان التقسيم من الخارج

$$س = \frac{م_١ \times س_٢ - م_٢ \times س_١}{م_١ - م_٢}$$

$$ص = \frac{م_١ \times ص_٢ - م_٢ \times ص_١}{م_١ - م_٢}$$

مثال إذا كانت أ = (-١ ، ٣) ، ب = (٤ ، ٨) أوجد أحداثيات جـ التى تقسم أ ب من الداخل بنسبة ٢ : ٣

الحـــل

س	النسبة	ص
-١	٢	٣
	+	
٤	٣	٨

بفرض أن جـ = (س ، ص)

$$س = \frac{٢ \times ٤ + ٣ \times -١}{٢ + ٣} = \frac{٨ - ٣}{٥} = \frac{٥}{٥} = ١ \text{ ، } ص = \frac{٢ \times ٨ + ٣ \times ٣}{٣ + ٢} = \frac{١٦ + ٩}{٥} = \frac{٢٥}{٥} = ٥$$

أحداثيات جـ = (١ ، ٥)

مثال إذا كانت أ = (-١ ، ٣) ، ب = (٤ ، ٨) أوجد جـ التى تقسم أ ب من الخارج بنسبة ٧ : ٢

الحـــل

س	النسبة	ص
-١	٧	٣
	-	
٤	٢	٨

بفرض أن جـ = (س ، ص)

$$س = \frac{م_١ \times س_٢ - م_٢ \times س_١}{م_١ - م_٢} = \frac{٧ \times ٤ - ٢ \times -١}{٧ - ٢} = \frac{٢٨ + ٢}{٥} = \frac{٣٠}{٥} = ٦$$

$$ص = \frac{م_١ \times ص_٢ - م_٢ \times ص_١}{م_١ - م_٢} = \frac{٧ \times ٨ - ٢ \times ٣}{٧ - ٢} = \frac{٥٦ - ٦}{٥} = \frac{٥٠}{٥} = ١٠$$

أحداثيات جـ = (٦ ، ١٠)

مثال إذا كانت أ = (-١ ، ٢) ، ب = (٤ ، ٧) ، جـ = (س ، ٤) أوجد النسبة التى تقسم بها جـ القطعة المستقيمة أ ب مبينا نوع التقسيم ثم أوجد قيمة س

الحـــل

جـ = (س ، ٤) ، أ = (-١ ، ٢) ، ب = (٤ ، ٧)

$ص = ٤$ ، $ص_١ = ٢$ ، $ص_٢ = ٧$

$$ص = \frac{م_١ \times ص_٢ + م_٢ \times ص_١}{م_١ + م_٢}$$

$$٤ = \frac{م_١ \times ٧ + م_٢ \times ٢}{م_١ + م_٢}$$

$٧ م_١ - ٤ م_١ = ٤ م_٢ - ٢ م_٢$

$٣ م_١ = ٢ م_٢$ $\qquad \frac{م_١}{م_٢} = \frac{٢}{٣}$ $\qquad$ ٢ : ٣ من الداخل

$$ص = \frac{٢ \times ٤ + ٣ \times -١}{٢ + ٣} = \frac{٨ - ٣}{٥} = \frac{٥}{٥} = ١$$

٧ م١ + ٢ م٢ = ٤ م١ + ٤ م٢

مثال : إذا كانت أ = (٢ ، -٤) ، ب = (٣ ، ٥) أوجد النسبة التى تنقسم بها أ ب بواسطة محورى الاحداثيات

الحل

بواسطة محور السينات

جـ = (س ، ٠)

$$\text{ص} = \frac{\text{م}_1 \times \text{ص}_2 + \text{م}_2 \times \text{ص}_1}{\text{م}_1 + \text{م}_2}$$

$$٠ = \frac{\text{م}_1 \times ٥ + \text{م}_2 \times -٤}{\text{م}_1 + \text{م}_2}$$

$$٥\text{م}_1 - ٤\,\text{م}_2 = ٠$$

$$٥\text{م}_1 = ٤\,\text{م}_2$$

$$\frac{\text{م}_1}{\text{م}_2} = \frac{٤}{٥}$$

أ ب تنقسم بمحور السينات بنسبة ٤ : ٥ من الداخل

بواسطة محور الصادات

جـ = (٠ ، ص)

$$\text{س} = \frac{\text{م}_1 \times \text{ص}_2 + \text{م}_2 \times \text{ص}_1}{\text{م}_1 + \text{م}_2}$$

$$٠ = \frac{\text{م}_1 \times ٣ + \text{م}_2 \times ٢}{\text{م}_1 + \text{م}_2}$$

$$٣\,\text{م}_1 + ٢\,\text{م}_2 = ٠$$

$$٣\,\text{م}_1 = -٢\,\text{م}_2$$

$$\frac{\text{م}_1}{\text{م}_2} = \frac{-٢}{٣}$$

أ ب تنقسم بمحور الصادات بنسبة ٢ : ٣ من الخارج

ملاحظات

١) إذا كانت جـ $\in \overline{\text{أب}}$ فان جـ تقسم أ ب من الداخل

٢) إذا كانت جـ $\in \overleftrightarrow{\text{أب}}$ ، جـ $\notin \overline{\text{أب}}$ فان جـ تقسم أ ب من الخارج

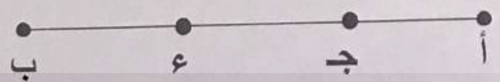
٤) إذا كانت جـ تقسم أ ب بحيث ٢ أ جـ = ٣ جـ ب فان $\frac{\text{أجـ}}{\text{جـب}} = \frac{٣}{٢}$ فان م١ = ٣ ، م٢ = ٢

إذا كانت أ = (-١ ، ١) ، ب = (٢ ، ٧) أوجد أحداثيات النقط التى تقسم أ ب من الداخل إلى ثلاث أجزاء متساوية

الحل

جـ تقسم أ ب من الداخل بنسبة ١ : ٢

جـ = (س ، ص)



$$\text{س} = \frac{١ \times ٢ + ٢ \times -١}{١+٢} = \frac{\text{صفر}}{٣} = ٠ \quad ،،، \quad \text{ص} = \frac{١ \times ٧ + ٢ \times ١}{٢+١} = \frac{٩}{٣} = ٣$$

جـ = (٠ ، ٣)

ء منتصف جـ ب

$$\text{ء} = \left(\frac{٠+٢}{٢} ، \frac{٣+٧}{٢}\right) = (١ ، ٥)$$

معادلة الخط المستقيم

* بمعلومية نقطة يمر بها وميله

المستقيم الذى يمر بالنقطة (س_1 ، ص_1) وميله = م تتعين معادلته من العلاقة $\frac{\text{ص} - \text{ص}_1}{\text{س} - \text{س}_1} = \text{م}$

* بمعلومية نقطتين (س_1 ، ص_1) ، (س_2 ، ص_2) تتعين معادلته من العلاقة

$$\frac{\text{ص} - \text{ص}_1}{\text{س} - \text{س}_1} = \frac{\text{ص}_2 - \text{ص}_1}{\text{س}_2 - \text{س}_1}$$

* بمعلومية ميله والجزء المقطوع من محور الصادات

ص = م س + جـ   حيث ميله = م   ، جـ هى الجزء المقطوع من محورى الاحداثيات

* بمعلومية الجزئين المقطوعين من محورى الاحداثيات $\frac{\text{س}}{\text{أ}} + \frac{\text{ص}}{\text{ب}} = 1$

حيث أ هى الجزء المقطوع من محور السينات

، ب هى الجزء المقطوع من محور الصادات

* لايجاد المقطوعة السينية أو نقطة التقاطع مع محور السينات نضع ص = ٠

* لايجاد المقطوعة الصادية أو نقطة التقاطع مع محور الصادات نضع س = ٠

الميل

* بمعلومية نقطتين $\text{م} = \frac{\text{ص}_2 - \text{ص}_1}{\text{س}_2 - \text{س}_1}$

* بمعلومية زاوية الميل   م = ظا هـ   حيث هـ الزاوية التى يصنعها المستقيم مع الاتجاه الموجب لمحور السينات

* بمعلومية معادلة المستقيم   أ س + ب ص + جـ = ٠

$$\text{الميل} = \frac{-\text{معامل س}}{\text{معامل ص}} = \frac{-\text{أ}}{\text{ب}}$$

ملاحظات

* ميل محور السينات وأى مستقيم يوازيه = صفر
* ميل محور الصادات وأى مستقيم يوازيه = غير معرف
* شرط توازى مستقيمين هو $\text{م}_1 = \text{م}_2$
* شرط تعامد مستقيمين $\text{م}_1 \times \text{م}_2 = -1$
* المستقيم الذى يصنع زاوية حادة مع الاتجاه الموجب لمحور السينات يكون ميله = عدد موجب
* المستقيم الذى يصنع زاويةمنفرجة مع الاتجاه الموجب لمحور السينات يكون ميله = عدد سالب

أوجد معادلة المستقيم المار بالنقطة (-١ ، ٣) وميله = $\frac{3}{5}$

الحـــــــل

$\frac{\text{ص} - \text{ص}_1}{\text{س} - \text{س}_1} = \text{م}$ ⇐ $\frac{\text{ص} - 3}{\text{س} + 1} = \frac{3}{5}$

⇐ ٣ س + ٣ = ٥ ص – ١٥ ⇐ ٣ س – ٥ ص + ١٨ = ٠

معادلة الخط المستقيم

أو ص – ص_1 = م (س – س_1)

ص – ٣ = $\frac{3}{5}$ (س + ١)

⇐ ٣س – ٥ص + ١٨ = صفر

أوجد معادلة المستقيم المار بالنقطتين أ (١ ، ٢) ، ب (٥ ، ٧)

حل آخر

م = (ص٢ − ص١) ÷ (س٢ − س١) = (٧ − ٢) ÷ (٥ − ١) = ٥ ÷ ٤

ص − ٢ = ٥ ÷ ٤ (س − ١)

٤ص − ٨ = ٥س − ٥

٥س − ٤ص + ٣ = صفر

الحـــــــــــــل

(ص − ص١) ÷ (س − س١) = (ص٢ − ص١) ÷ (س٢ − س١) ⟸ (ص − ٢) ÷ (س − ١) = (٧ − ٢) ÷ (٥ − ١)

(ص − ٢) ÷ (س − ١) = ٥ ÷ ٤ ⟸ ٥ س − ٥ = ٤ ص − ٨ ⟸ ٥ س − ٤ ص + ٣ = ٠

****

أوجد معادلة المستقيم الذى ميله = ٣ ويقطع خمس وحدات من الجزء الموجب لمحور الصادات

حل آخر

النقطة (٠ ، ٥) م = ٣

ص − ٥ = ٣(س − ٠)

ص = ٣س + ٥

الحـــــــــــــل

ص = م س + جـ = ٣ س + ٥

****

أوجد معادلة المستقيم المار بالنقطة (-٢ ، ٣) ويوازى المستقيم ٤ س − ٧ ص + ٣ = ٠

الحـــــــــــــل

م الموازى = −٤ ÷ −٧ = ٤ ÷ ٧ ⟸ م المطلوب = ٤ ÷ ٧

(ص − ٣) ÷ (س + ٢) = ٤ ÷ ٧ ⟸ ٤ س + ٨ = ٧ ص − ٢١ ⟸ ٤ س − ٧ص + ٢٩ = ٠

****

أوجد معادلة المستقيم المار بالنقطة (٣ ، ٤) ويكون عمودى على المستقيم ٥س+٧ص = ١

الحـــــــــــــل

م العمودى = −٥ ÷ ٧ ⟸ م المطلوب = ٧ ÷ ٥

(ص − ٤) ÷ (س − ٣) = ٧ ÷ ٥ ⟸ ٧س − ٢١ = ٥ص − ٢٠ ⟸ ٧س − ٥ص − ١ = ٠

****

أوجد معادلة المستقيم المار بالنقطة (١ ، -٤) ويوازى المستقيم المار بالنقطتين (١ ، ٣) ، (٤ ، ٥)

الحـــــــــــــل

م الموازى = (٥ − ٣) ÷ (٤ − ١) = ٢ ÷ ٣ ⟸ م المطلوب = ٢ ÷ ٣

(ص + ٤) ÷ (س − ١) = ٢ ÷ ٣ ⟸ ٢ س − ٢ = ٣ ص + ١٢ ⟸ ٢ س − ٣ ص − ١٤ = ٠

أوجد معادلة المستقيم المار بالنقطة (-٢ ، -٤) وعمودى على المستقيم المار بالنقطتين (-١ ، ٢) ، (٣ ، ٥)

الحـــــــــــــل

م العمودى = (٥ − ٢) ÷ (٣ + ١) = ٣ ÷ ٤ ⟸ م المطلوب = −٤ ÷ ٣

$\frac{\text{ص + ٤}}{\text{س + ٢}} = \frac{\text{-٤}}{\text{٣}}$ ⟸ ٣ ص + ١٢ = - ٤ س - ٨ ⟸ ٣ص+٤س+٢٠ = ٠

أوجد معادلة المستقيم الذى يقطع ٣ وحدات من الجزء الموجب لمحور السينات ، ٤ وحدات من الجزء السالب لمحور الصادات

(٤،٠) (٠،٢)

الحل

$\frac{\text{س}}{\text{٣}} + \frac{\text{ص}}{\text{-٤}} = \text{١}$ ×١٢   ٤ س - ٣ ص = ١٢

$\text{م} = \frac{\text{ص٢ - ص١}}{\text{س٢ - س١}}$

$\text{م} = \frac{\text{٠ - ٤}}{\text{٢ - ٠}} = \frac{\text{-٤}}{\text{٢}}$

أوجد المقطوعتين السينية والصادية للمستقيم ٢ س - ٥ ص = ١٠

الحل

لايجاد المقطوعة السينية نضع ص = ٠   ٢ س = ١٠   س = ٥

المقطوعة السينية = ٥

لايجاد المقطوعة الصادية نضع س = ٠   - ٥ ص = ١٠   ص = -٢

المقطوعة الصادية = - ٢

إذا كانت النقطة (أ ، ٣) تنتمى للمستقيم ٢ س + ٥ ص - ١٧ = ٠   أوجد قيمة أ

الحل

بالتعويض فى المعادلة ٢ أ + ٥ (٣) - ١٧ = ٠ ⟸ ٢ أ + ١٥ - ١٧ = ٠

٢ أ - ٢ = ٠ ⟸ ٢ أ = ٢ ⟸ أ = ١

أوجد معادلة المستقيم المار بالنقطة (٢ ، ٣) ويوازى محور السينات

الحل

ميل المستقيم = ميل محور السينات = ٠

$\frac{\text{ص - ٣}}{\text{س - ٢}} = \text{٠}$ ⟸ ص - ٣ = ٠ ⟸ ص = ٣

أوجد معادلة المستقيم المار بالنقطة (٢ ، ٣) ويوازى محور الصادات

الحل

ميل المستقيم = ميل محور الصادات = $\frac{\text{١}}{\text{٠}}$

$\frac{\text{ص - ٣}}{\text{س - ٢}} = \frac{\text{١}}{\text{٠}}$ ⟸ س - ٢ = ٠ ⟸ س = ٢

أوجد معادلة المستقيم الذى يقطع المستقيم ٣س – ٢ ص + ١١ = ٠ على التعامد عندما س = ١

الحـــل

عندما س = ١

٣(١) – ٢ ص + ١١ = ٠

٣ – ٢ ص + ١١ = ٠

-٢ ص + ١٤ = ٠

-٢ ص = -١٤

ص = ٧

$م_{المستقيم} = \frac{-٣}{-٢} = \frac{٣}{٢}$ ، $م_{العمودى} = \frac{-٢}{٣}$

المستقيم المطلوب يمر بالنقطة (١ ، ٧) وميله = $\frac{-٢}{٣}$

$$\frac{ص - ٧}{س - ١} = \frac{-٢}{٣}$$

٣ص – ٢١ = -٢س + ٢ ⟸ ٣ص + ٢س – ٢٣ = ٠

إذا كان أ = (-٣ ، ١) ، ب = (٥ ، ٧) أوجد محور تماثل أ ب

الحـــل

محور القطعة هو المستقيم العمودى عليها من منتصفها

منتصف أ ب = $\left(\frac{-٣+٥}{٢} ، \frac{١+٧}{٢}\right)$ = (١ ، ٤)

ميل أ ب = $\frac{٧ - ١}{٥+٣} = \frac{٦}{٨} = \frac{٣}{٤}$

محور التماثل يمر بالنقطة (١ ، ٤) وميله = $\frac{-٤}{٣}$

$$\frac{ص - ٤}{س - ١} = \frac{-٤}{٣}$$

٣ ص – ١٢ = -٤س + ٤

٣ص – ١٢ + ٤س – ٤ = ٠

٣ص + ٤ س – ١٦ = ٠

إذا كان أ ب قطر فى الدائرة م حيث أ = (-٤ ، ١) ، ب = (-٢ ، ٤) أوجد معادلة المماس للدائرة م عند أ

الحـــل

المماس لدائرة يكون عمودياً على القطر المرسوم من نقطة التماس

ميل أ ب = $\frac{٤ - ١}{-٢+٤} = \frac{٣}{٢}$

ميل المماس = $\frac{-٢}{٣}$

المماس يمر بالنقطة (-٤ ، ١) وميله = $\frac{-٢}{٣}$

$$\frac{ص - ١}{س+٤} = \frac{-٢}{٣}$$

٣ص – ٣ = -٢ س - ٨

٣ص – ٣ + ٢س + ٨ = ٠

٣ص + ٢ س + ٥ = ٠

إذا كان أ جـ قطر فى المربع أ ب جـ ء حيث أ = (٣ ، ٥) ، جـ = (-١ ، -١) أوجد معادلة القطر ب ء

الحـــــــــــل

القطر ب ء يمر بمنتصف القطر أ جـ وعمودى عليه

منتصف أ جـ = $\left(\frac{٣+(-١)}{٢} ، \frac{٥+(-١)}{٢} \right)$ = (١ ، ٢)

ميل أ جـ = $\frac{-١ - ٥}{-١ - ٣} = \frac{-٦}{-٤} = \frac{٣}{٢}$

ميل ب ء = $\frac{-٢}{٣}$

القطر ب ء يمر بالنقطة (١ ، ٢) وميله = $\frac{-٢}{٣}$

$\frac{ص - ٢}{س - ١} = \frac{-٢}{٣}$

٣ص - ٦ = -٢ س + ٢

٣ص - ٦ + ٢س - ٢ = ٠

٣ص + ٢س - ٨ = ٠

الزاوية بين مستقيمين

* أوجد قياس الزاوية بين المستقيمين ٢ س - ٣ ص + ١ = ٠ ، س - ٥ ص + ٧ = ٠

الحـــــــــــل

م١ = $\frac{٢}{٣}$ ، م٢ = $\frac{١}{٥}$

ظاهـ = $\pm \frac{م_١ - م_٢}{١ + م_١ م_٢} = \frac{\frac{٢}{٣} - \frac{١}{٥}}{١ + \frac{٢}{٣} \times \frac{١}{٥}} = \frac{\frac{٢}{٣} - \frac{١}{٥}}{١ + \frac{٢}{١٥}} = \frac{\frac{١٠ - ٣}{١٥}}{\frac{١٥ + ٢}{١٥}} = \frac{٧}{١٧}$

ق (هـ) = ٢٢° ٢٢′

أوجد قياس الزاوية بين المستقيمين ٣ س − ص = ٥ ، ٢ س + ص − ٧ = ٠

الحـــــــل

$\text{م}_{1} = ٣$ ، $\text{م}_{2} = -٢$

$$\text{ظاهـ} = \frac{\text{م}_{1} - \text{م}_{2}}{١ + \text{م}_{1}\,\text{م}_{2}} = \frac{٣ - (-٢)}{١ + ٣ \times -٢} = \frac{٥}{-٥} = -١ \qquad \text{ق}(\text{هـ}) = ١٣٥^\circ$$

إذا كانت أ = (١ ، ٤) ، ب = (٢ ، ١) ، جـ = (٤ ، ٢) أوجد ق (ب أ جـ) المنفرجة

الحـــــــل

$$\text{م}_{1} = \text{م}_{\text{أب}} = \frac{٤ - ١}{١ - ٢} = -٣ \quad ، \quad \text{م}_{2} = \text{م}_{\text{أجـ}} = \frac{٤ - ٢}{١ - ٤} = \frac{٢}{-٣} = \frac{-٢}{٣}$$

$$\text{ظاهـ} = \frac{\text{م}_{1} - \text{م}_{2}}{١ + \text{م}_{1}\,\text{م}_{2}} = \frac{-٣ - \frac{-٢}{٣}}{١ + -٣ \times \frac{-٢}{٣}} = \frac{-٣ + \frac{٢}{٣}}{١ + ٢} = \frac{\frac{-٩ + ٢}{٣}}{٣} = \frac{-٧}{٣} \times \frac{١}{٣} = \frac{-٧}{٩}$$

$\text{ق}(\text{ب أ جـ}) = ١٤٢^\circ\ ٧'$

أوجد قياس الزاوية بين المستقيم ٣س − ٢ ص + ١ = ٠ والمستقيم الذى ميله = $\frac{١}{٥}$

الحـــــــل

$$\text{ظاهـ} = \pm \frac{\text{م}_{1} - \text{م}_{2}}{١ + \text{م}_{1}\,\text{م}_{2}} = \frac{\frac{٣}{٢} - \frac{١}{٥}}{١ + \frac{٣}{٢} \times \frac{١}{٥}} = \frac{\frac{٣}{٢} - \frac{١}{٥}}{١ + \frac{٣}{١٠}} = \frac{\frac{١٥ - ٢}{١٠}}{\frac{١٠ + ٣}{١٠}} = \frac{١٣}{١٣} = \pm ١$$

ظاهـ = ١ ، ق(هـ) = ٤٥°

ظاهـ = −١ ، ق(هـ) = ١٣٥°

إذا كان قياس الزاوية بين المستقيمين س − ك ص + ٢ = ٠ ، س − ٣ ص + ٤ = ٠ تساوى ٤٥°

أوجد قيمة ك

الحـــــــل

$$\text{م}_{1} = \frac{-١}{-\text{ك}} = \frac{١}{\text{ك}} \quad ، \quad \text{م}_{2} = \frac{-١}{-٣} = \frac{١}{٣}$$

هـ = ٤٥

ظاهـ = ± ١

$$\frac{\text{م}_{1} - \text{م}_{2}}{١ + \text{م}_{1}\,\text{م}_{2}} = \pm ١$$

$$\frac{\frac{٣ - \text{ك}}{٣\text{ك}}}{\frac{٣\text{ك} + ١}{٣\text{ك}}} = \pm ١$$

$$\frac{٣ - \text{ك}}{٣\text{ك} + ١} = ١ \qquad \Big| \qquad \frac{٣ - \text{ك}}{٣\text{ك} + ١} = -١$$

$$\frac{\frac{١}{\text{ك}}-\frac{١}{٣}}{١+\frac{١}{\text{ك}}\times\frac{١}{٣}}=\pm ١$$

$$\frac{\frac{١}{\text{ك}}-\frac{١}{٣}}{١+\frac{١}{٣\text{ك}}}=\pm ١$$

$$٣\text{ك}+١=٣-\text{ك}$$

$$٣\text{ك}+\text{ك}=٣-١$$

$$٤\text{ك}=٢$$

$$\text{ك}=\frac{٢}{٤}=\frac{١}{٢}$$

$$-٣\text{ك}-١=٣-\text{ك}$$

$$-٣\text{ك}+\text{ك}=٣+١$$

$$-٢\text{ك}=٤$$

$$\text{ك}=-٢$$

إذا كان قياس الزاوية بين مستقيمين تساوى ٤٥° فإذا علم أن ميل الاول = ٢ أوجد ميل الثانى

الحـــــــــل

نفرض أن ميل الثانى = م

$$\text{هـ}=٤٥^\circ$$

$$\frac{\text{م}_١-\text{م}_٢}{١+\text{م}_١\,\text{م}_٢}=\pm ١$$

$$\frac{٢-\text{م}}{١+٢\times\text{م}}=\pm ١$$

$$\frac{٢-\text{م}}{١+٢\text{م}}=\pm ١$$

$$\frac{٢-\text{م}}{١+٢\text{م}}=١$$

$$١+٢\text{م}=٢-\text{م}$$

$$٢\text{م}+\text{م}=٢-١$$

$$٣\text{م}=١$$

$$\text{م}=\frac{١}{٣}$$

$$\frac{٢-\text{م}}{١+٢\text{م}}=-١$$

$$-١-٢\text{م}=٢-\text{م}$$

$$-٢\text{م}+\text{م}=٢+١$$

$$-\text{م}=٣$$

$$\text{م}=-٣$$

البعد العمودى

لايجاد طول العمود النازل من النقطة $(\text{س}_١ ، \text{ص}_١)$ على المستقيم أ س + ب ص + جـ = ٠
نستخدم القانون

$$\text{ع}=\frac{|\text{أ}\,\text{س}_١+\text{ب}\,\text{ص}_١+\text{جـ}|}{\sqrt{\text{أ}^٢+\text{ب}^٢}}$$

....

مثال أوجد طول العمود النازل من النقطة (٢ ، ١) على المستقيم ٤ س − ٣ ص + ١١ = ٠

الحـــــــــل

$$\text{ع}=\frac{|٤(٢)-٣(١)+١١|}{\sqrt{١٦+٩}}=\frac{|٨-٣+١١|}{\sqrt{٢٥}}=\frac{١٦}{٥}$$

....

مثال إذا كان طول العمود النازل من نقطة الاصل على المستقيم ٤ س – ٣ ص + ك = ٠ يساوى ٣ وحدات أوجد قيمة ك

الحـــــــــــــــــــــــــــــل

$\text{ع} = ٣$

$$\frac{|٤(٠) - ٣(٠) + \text{ك}|}{\sqrt{١٦ + ٩}} = ٣$$

$$\frac{\text{ك}}{٥} = ٣ \qquad \text{ك} = ٥ \times ٣ = ١٥$$

مثال إذا كان طول العمود النازل من النقطة (٢ ، ١) على المستقيم ٣ س – ك ص + ٨ = ٠ يساوى ٢ أوجد قيمة ك

الحـــــــــــــــــــــــــــــل

$\text{ع} = ٢$

$$\frac{|٣(٢) - \text{ك}(١) + ٨|}{\sqrt{٩ + \text{ك}^٢}} = ٢$$

$$\frac{٦ - \text{ك} + ٨}{\sqrt{٩ + \text{ك}^٢}} = ٢$$

$$\frac{١٤ - \text{ك}}{\sqrt{٩ + \text{ك}^٢}} = ٢$$

$٢\sqrt{٩ + \text{ك}^٢} = ١٤ - \text{ك}$ بالتربيع

$$٤(٩ + \text{ك}^٢) = ١٩٦ - ٢٨\text{ك} + \text{ك}^٢$$

$$٣٦ + ٤\text{ك}^٢ - ١٩٦ + ٢٨\text{ك} - \text{ك}^٢ = ٠$$

$$٣\text{ك}^٢ + ٢٨\text{ك} - ١٦٠ = ٠$$

$$(\text{ك} - ٤)(٣\text{ك} + ٤٠) = ٠$$

$$\text{ك} = ٤ \qquad \text{ك} = \frac{-٤٠}{٣}$$

مثال إذا كانت أ = (٢ ، -٢) ، ب = (-١ ، ١) ، جـ = (-٤ ، ٥) أوجد

(١) طول ب جـ (٢) معادلة ب جـ

(٣) طول العمود النازل من أ على ب جـ (٤) مساحة المثلث أ ب جـ

الحـــــــــــــــــــــــــــــل

$$\text{ب جـ} = \sqrt{(-١ + ٤)^٢ + (١ - ٥)^٢} = \sqrt{٩ + ١٦} = \sqrt{٢٥} = ٥ \text{ وحدات}$$

معادلة ب جـ

$$\frac{\text{ص} - ١}{\text{س} + ١} = \frac{٥ - ١}{-٤ + ١} \qquad \frac{\text{ص} - ١}{\text{س} + ١} = \frac{٤}{-٣}$$

$$٤\text{س} + ٤ = -٣\text{ص} + ٣ \qquad ٤\text{س} + ٣\text{ص} + ١ = ٠$$

** طول العمود النازل من أ على ب جـ

$$\text{ع} = \frac{|٤(٢) + ٣(-٢) + ١|}{\sqrt{١٦ + ٩}} = \frac{|٨ - ٦ + ١|}{٥} = \frac{٣}{٥}$$

** مساحة المثلث أ ب جـ

مساحة المثلث = $\frac{١}{٢}$ القاعدة × الارتفاع = $\frac{١}{٢}$ × ب جـ × ع = $\frac{١}{٢}$ × ٥ × $\frac{٣}{٥}$ = ١,٥ سم²

مثال أوجد طول نصف قطر الدائرة التى مركزها (١ ، -٣) والمستقيم ١٢س – ٥ ص -١ = ٠ مماس لها واوجد محيطها ومساحتها

الحل

$$نق = ع = \frac{|١٢(١) -٥(-٣) - ١|}{\sqrt{١٤٤ + ٢٥}} = \frac{١٢ + ١٥ - ١}{١٣} = \frac{٢٦}{١٣} = ٢ \text{ وحدة طولية}$$

محيطها = ٢ π نق = ٢ π × ٢ = ٤ π

مساحتها = π نق² = π × (٢)² = ٤ π

مثال إثبت أن المستقيمان ٣ س – ٤ ص – ٦ = ٠ ، ٦ س – ٨ ص + ١ = ٠ متوازيان واوجد البعد بينهما

الحل

$م_١ = \frac{-٣}{-٤} = \frac{٣}{٤}$ ، $م_٢ = \frac{-٦}{-٨} = \frac{٣}{٤}$ $م_١ = م_٢$ المستقيمان متوازيان

لايجاد البعد بينهما نوجد نقطة على أحدهما ثم نوجد البعد بينها وبين المستقيم الاخر

فى المستقيم الاول نضع ص = ٠ نجد ان ٣ س – ٦ = ٠ ٣س = ٦ س = ٢

النقطة (٢ ، ٠) تنتمى للمستقيم الاول نوجد البعد بينها وبين المستقيم الثانى

$$ع = \frac{|٦(٢) - ٨(٠) + ١|}{\sqrt{٣٦ + ٦٤}} = \frac{|١٢ + ٠ + ١|}{\sqrt{١٠٠}} = \frac{١٣}{١٠} = ١,٣ \text{ وحدة طولية}$$

مثال إثبت أن المستقيم الذى معادلته ٤ س + ٣ ص + ٢ = ٠ يمس الدائرة التى مركزها (٣ ، ٢) وطول نصف قطرها ٤ سم

الحل

نوجد طول العمود النازل من المركز على المستقيم ٤ س + ٣ ص +٢ = ٠

$$ع = \frac{|٤(٣) + ٣(٢) + ٢|}{\sqrt{١٦ + ٩}} = \frac{|١٢ + ٦ + ٢|}{\sqrt{٢٥}} = \frac{٢٠}{٥} = ٤$$

ع = نق المستقيم يمس الدائرة

مثال إثبت أن النقطة (١ ، ٤) تقع على أحد منصفى الزاوية بين المستقيمين

س + ص +٣ = ٠ ، س – ٧ ص -١٣ = ٠

الحـــــــــــــــــــــــــل

نثبت أن النقطة تقع على نفس البعد بين المستقيمين

$$ع_١ = \frac{|(١) + ١(٤) + ٣|}{\sqrt{١ + ١}} = \frac{٨}{\sqrt{٢}} = ٤\sqrt{٢}$$

$$ع_٢ = \frac{|(١)١ - ٧(٤) - ١٣|}{\sqrt{١ + ٤٩}} = \frac{|١ - ٢٨ - ١٣|}{\sqrt{٥٠}} = \frac{٤٠}{٥\sqrt{٢}} = \frac{٨}{\sqrt{٢}} = ٤\sqrt{٢}$$

∵ $ع_١ = ع_٢$ ∴ النقطة تقع على أحد منصفى الزاوية بين المستقيمين

إثبت أن النقطتين أ (٣ ، ١) ، ب = (-٣ ، ٢) تقعان على جانبين مختلفتين من المستقيم

٣ س – ٤ ص +٦ = ٠ وعلى بعدين متساويين منه

الحـــــــــــــــــــــــــل

نوجد طول العمود الساقط من أ (٣ ، ١) على المستقيم ٣س – ٤ ص + ٦ = ٠

$$ع_١ = \frac{|٣(٣) - ٤(١) + ٦|}{\sqrt{٩ + ١٦}} = \frac{|٩ - ٤ + ٦|}{\sqrt{٢٥}} = \frac{|١١|}{٥} = \frac{١١}{٥} = ٢,٢ \text{ وحدة طول}$$

نوجد طول العمود الساقط من ب (-٣ ، ٢) على المستقيم

$$ع_٢ = \frac{|٣(-٣) - ٤(٢) + ٦|}{\sqrt{٩ + ١٦}} = \frac{|-٩ - ٨ + ٦|}{\sqrt{٢٥}} = \frac{|-١١|}{٥} = \frac{١١}{٥} = ٢,٢ \text{ وحدة طول}$$

المقدار ٣س – ٤ ص +٦ له أشارتين مختلفتين ١١ ، -١١ عند التعويض بالنقطتين

∴ النقطتان فى جهتين مختلفتين من المستقيم ٣س – ٤ ص + ٦ = ٠ وعلى بعدين متساويين منه

معادلة مستقيم بمعلومية نقطة تقاطع مستقيمين

مثال أوجد معادلة المستقيم المار بنقطة تقاطع المستقيمين

١ ٢ س + ص = ١١ ، ٢ س + ص = ٨ ويوازى المستقيم ٣ ٤ س – ٧ ص + ١ = ٠

نوجد نقطة تقاطع المستقيمين

٢ س + ~~ص~~ = ١١

س + ~~ص~~ = ٨

بالطرح

س = ٣

بالتعويض فى ②

٣ + ص = ٨

ص = ٥ (٣ ، ٥)

الحـــــــــــــــل

م الموازى = ٤/٧   م المطلوب = ٤/٧

(ص − ٥) / (س − ٣) = ٤/٧

٤ س − ١٢ = ٧ ص − ٣٥

٤ س − ٧ ص + ٢٣ = ٠

مثال أوجد معادلة المستقيم المار بنقطة تقاطع المستقيمين

① ٢ س + ص = ١١ ، ② س − ص = ١ وعمودى على المستقيم ③ ٣ س − ٥ ص + ١ = ٠

الحـــــــــــــــل

٢ س + ~~ص~~ = ١١

س - ~~ص~~ = ١

بالجمع

٣س = ١٢

س = ٤

بالتعويض فى ①

٢(٤) + ص = ١١

٨ + ص = ١١

ص = ٣

نقطة تقاطع المستقيمين (٤ ، ٣)

م العمودى = ٣/٥   م المطلوب = -٥/٣

(ص − ٣) / (س − ٤) = -٥/٣

٣ ص − ٩ = -٥ س + ٢٠

٣ س + ٥ ص -٢٩ = ٠

مثال أوجد معادلة المستقيم المار بنقطة تقاطع المستقيمين

① ٢ س + ص = ٧ ، ② س + ٢ ص = ٨ وبالنقطة (٥ ، ٤)

الحـــــــــــــــل

بضرب الاولى × ٢

٤س + ~~٢ ص~~ = ١٤

س + ~~٢ ص~~ = ٨

بالطرح

٣ س = ٦   س = ٢

بالتعويض فى ②

٢ + ٢ ص = ٨

٢ص = ٦   ص = ٣

نقطة تقاطع المستقيمين (٢ ، ٣)

المستقيم المطلوب يمر بالنقطتين

(٢ ، ٣) ، (٥ ، ٤)

(ص − ٣) / (س − ٢) = (٤ − ٣) / (٥ − ٢) = ١/٣

س − ٢ = ٣ ص − ٩

س − ٣ ص + ٧ = ٠

أوجد طول العمود النازل من نقطة تقاطع المستقيمين س+ص=٥ ، س − ص = ١ على المستقيم ٨س +٦ ص + ٥ = ٠

الحـــــــــل

نوجد أولا نقطة تقاطع المستقيمين

س + ص = ٥

س − ص = ١

بالجمع

٢س = ٦

س = ٣

بالتعويض فى المعادلة الاولى نجد أن ص = ٢

نوجد طول العمود النازل من النقطة (٣ ، ٢) على المستقيم ٨س+٦ص +٥ = ٠

$ع = \frac{|٨(٣) + ٦(٢) + ٥|}{\sqrt{٦٤+٣٦}} = \frac{|٢٤+١٢+٥|}{\sqrt{١٠٠}}$

$= \frac{٤١}{١٠} =$ ٤,١ وحدة طولية

إذا كانت أ = (-١ ، ٢) ، ب = (٣ ، ٨) أوجد معادلة المستقيم العمودى على أ ب من منتصفه

الحـــــــــل

منتصف أ ب = $(\frac{-١+٣}{٢} ، \frac{٢+٨}{٢})$ = (١ ، ٥)

ميل أ ب = $\frac{٨ - ٢}{٣+١} = \frac{٦}{٤} = \frac{٣}{٢}$

ميل المستقيم المطلوب = $\frac{-٢}{٣}$

المستقيم المطلوب يمر بالنقطة (١ ، ٥) وميله = $\frac{-٢}{٣}$

$\frac{ص - ٥}{س - ١} = \frac{-٢}{٣}$

٣ص − ١٥ = -٢س +٢

٣ص − ١٥ +٢س − ٢ = ٠

٣ص +٢س − ١٧ = ٠

إذا كان أ ب قطر فى دائرة مركزها م حيث أ = (-١ ، ٢) ، ب = (٣ ، ٥) أوجد معادلة المماس للدائرة عند أ

الحـــــــــل

ميل أ ب = $\frac{٥ - ٢}{٣+١} = \frac{٣}{٤}$

المماس عمودى على القطر

ميل المماس = $\frac{-٤}{٣}$

المماس يمر بالنقطة (-١ ، ٢) وميله = $\frac{-٤}{٣}$

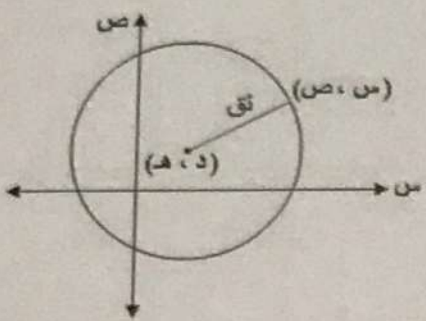
$\frac{ص - ٢}{س + ١} = \frac{-٤}{٣}$

٣ص − ٦ = - ٤ س − ٤

٣ص − ٦ + ٤ س +٤ = ٠

٣ص +٤ س − ٢ = ٠

الصورة العامة لمعادلة الدائرة



معادلة الدائرة التي مركزها (د ، هـ) ونصف قطرها نق هي:

(س – د)^{٢} + (ص – هـ)^{٢} = نق^{٢} نق نصف قطر الدائرة

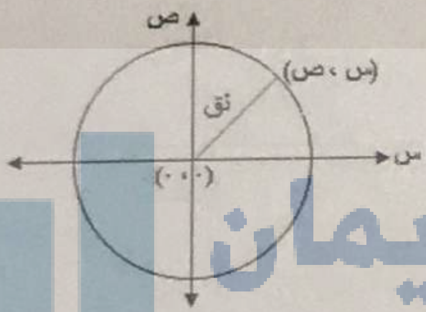
نحصل على هذه المعادلة من استخدام قانون البعد بين نقطتين

مربع البعد بين النقطتين (س١ ، ص١) ، (س٢ ، ص٢) هو:

مربع البعد بين النقطتين = (س٢ – س١)^{٢} + (ص٢ – ص١)^{٢}

وبتطبيقه على البعد نق الواصل بين (س ، ص) ، (د ، هـ)

مع ملاحظة (د ، هـ) أي نقطة في مستوى الإحداثيات الديكارتيه والشكل المرفق توضيح لذلك.



معادلة الدائرة التي مركزها نقطة الأصل ونصف قطرها نق

وفي حال كون د = ٠ ، هـ = ٠ أي (د ، هـ) تكون نقطة الأصل

فإن معادلة الدائرة تؤول إلى س^{٢} + ص^{٢} = نق^{٢}

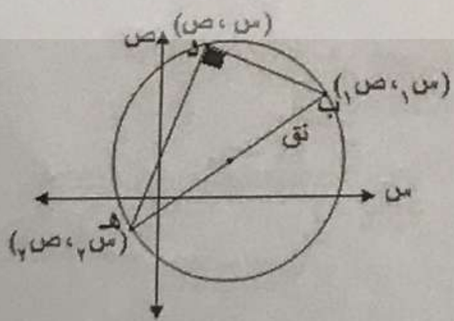
وهي معادلة الدائرة التي مركزها نقطة الأصل ونصف قطرها نق

ويمكن الحصول عليها مباشرة من الشكل باستخدام نفس القانون

السابق وهو البعد بين نقطتين.

معادلة الدائرة التي طرفا قطر فيها (س١ ، ص١) ، (س٢ ، ص٢) هي:

(س – س١) (س – س٢) + (ص – ص١)(ص – ص٢) = ٠



يمكن الحصول عليها من:

ق< د = ٩٠   < د مرسومة في نصف دائرة لاحظ الشكل

ميل ب د × ميل د هـ = – ١   تعامد مستقيمين

الميل لمستقيم مار بنقطتين = فرق الصادات ÷ فرق السينات

(ص − ص١)/(س − س١) × (ص − ص٢)/(س − س٢) = −١

(س − س١) (س − س٢) = −(ص − ص١)(ص − ص٢)

(س − س١) (س − س٢) + (ص − ص١)(ص − ص٢) = ٠

الصورة العامة لمعادلة الدائرة:

من: (س − د)٢ + (ص − هـ)٢ = نق٢ وبفك الأقواس نحصل على

س٢ + ص٢ − ٢ د س − ٢ هـ ص + د٢ + هـ٢ − نق٢ = ٠ وبوضع د = −ل ، هـ = −ك ، د٢ + هـ٢ − نق٢ = حـ يكون:

س٢ + ص٢ + ٢ ل س + ٢ ك ص + حـ = ٠ مركزها (−ل ، −ك) ونصف قطرها نق حيث نق٢ = ل٢ + ك٢ − حـ

لاحـــــظ:

١) لإيجاد المركز من المعادلة نجعل معامل س٢ = معامل ص٢ = ١ ثم المركز = (− معامل س ÷ ٢ ، − معامل ص ÷ ٢)

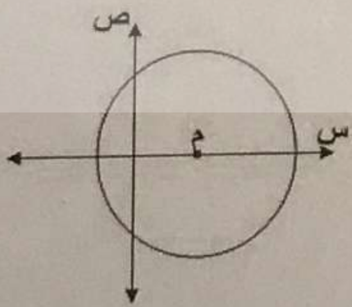
٢) إذا مرَّ محيط الدائرة بنقطة الأصل فإن حـ = ٠ والعكس صحيح لأن س = ص = ٠ وتؤول المعادلة إلى:

س٢ + ص٢ + ٢ ل س + ٢ ك ص = ٠

حالات خاصة:

١) إذا وقع المركز م = (−ل ، −ك) على محور السينات

فإن ك = ٠ (إي نقطة تقع على محور الصادات إحداثها السيني = ٠)



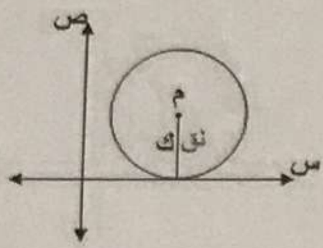
أي م = (−ل، ٠) وتصبح معادلة الدائرة:

س٢ + ص٢ + ٢ ل س + حـ = ٠

ويكون ل٢ + ك٢ − حـ = نق٢ (ك = ٠)

أي أن: ل^٢ − حـ = نق^٢

٢) إذا وقع المركز م = (−ل ، −ك) على محور الصادات



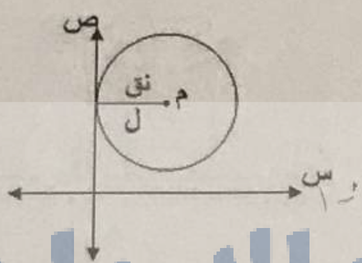
فإن ل = ٠ (إي نقطة تقع على محور الصادات إحداثها السيني = ٠)

أي م = (٠ ، −ك) وتؤول معادلة الدائرة:

س^٢ + ص^٢ + ٢ ك ص + حـ = ٠

ويكون ل^٢ + ك^٢ − حـ = نق^٢ (ل = ٠)

أي أن: ك^٢ − حـ = نق^٢



<u>٣) إذا مسَ محيط الدائرة محور السينات</u>

فإن ك = نق

أي ك^٢ = نق^٢

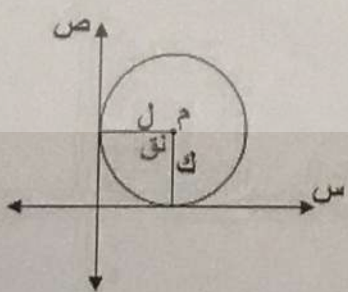
ومن: ل^٢ + ك^٢ − حـ = نق^٢

ل^٢ − حـ = ٠

ل^٢ = حـ

<u>٣) إذا مسَ محيط الدائرة محور السينات فإن ك = ل = نق</u>

والمركز هنا (نق ، نق) وتوجد ٤ دوائر حسب موقع المركز في أي ربع من الأرباع الأربعة.



(س − نق)^٢ + (ص − نق)^٢ = نق^٢

(س + نق)^٢ + (ص − نق)^٢ = نق^٢

(س + نق)^٢ + (ص + نق)^٢ = نق^٢

(س − نق)^٢ + (ص + نق)^٢ = نق^٢

المنشور

تعريفه :- هو كثيروجوه له قاعدتان متوازيتان ومتطابقتان وكل منهما مضلع والأوجه الجانبية متوازيات أضلاع

ملاحظات

١ – الأحرف الجانبية للمنشور متساوية الطول ومتوازية .

٢ – يسمى المنشور حسب عدد أضلاع القاعدة .

٣ – ارتفاع المنشور : هو البعد بين قاعدتيه أو المستقيم العمودي على كلاً من قاعدتيه .

٤ - المنشور القائم : تكون الأحرف الجانبية عمودية على القاعدتين الارتفاع يساوي الحرف الجانبي والأوجه الجانبية مستطيلات .

٥ – المنشور المائل : هو الذي تكون الأحرف الجانبية مائلة على قاعدتيه

والارتفاع = طول الحرف × حاهـ (هـ زاوية ميل الأحرف على القاعدة)

تعريف المقطع القائم : هو سطح ناتج عن تقاطع مستو يعامد أحرف المنشور

ملحوظة : إذا قطع منشور بمستوى يوازي أحد أحرفه الجانبية (أو أحد أوجهه الجانبية فإن المقطع الناتج يكون متوازي أضلاع)

حالات خاصة من المنشور

١ –إذا كان المنشور رباعي قائم قاعدته مستطيل سمى متوازي مستطيلات

٢- إذا كان المنشور رباعي مائل قاعدته متوازي أضلاع سمى متوازي سطوح

٣- إذا كان المنشور رباعي قائم جميع أوجهه مربعات (أو أحرفه كلها متساوية) سمى مكعب

ملخص قوانين المنشور

المجسم	المساحة الجانبية	المساحة الكلية	الحجم
المنشور	مجموع مساحات أوجه أو محيط المقطع القائم × طول الحرف الجانبي	المساحة الجانبية + مجموع مساحتي القاعدتين	مساحة المقطع القائم × طول الحرف الجانبي
المنشور القائم	محيط القاعدة × الارتفاع	المساحة الجانبية + مجموع مساحتي القاعدتين	مساحة القاعدة × الارتفاع

تمـــــارين

١ – أو جد مساحة الخماسي المنتظم الذي طول ضلعه ل سم ؟

الحل:-

$$\text{مساحة المضلع المنتظم} = \frac{ن}{٤} \times ل^{٢} \times \text{ظتا} \frac{١٨٠}{ن}$$

$$\text{مساحة الخماسي المنتظم} = \frac{٥}{٤}\, ل^{٢}\ \text{ظتا} \frac{١٨٠}{ن}$$

= $\frac{٥}{٤}$ ل٢ ظتا ٣٦°

متممة

= $\frac{٥}{٤}$ ل٢ ظا ٥٤°

= ١,٧٢ ل٢ سم٢

٢ – أحسب المساحة الجانبية والكلية لمنشور خماسي منتظم طول ضلع قاعدته ١٠سم وارتفاعه ٢٥سم ؟

الحل :-

مساحة القاعدة (خماسي منتظم) = $\frac{ن}{٤}$ ل٢ ظتا $\frac{١٨٠}{٥}$ = $\frac{٥}{\cancel{٤}}$ × $\overset{٢٥}{\cancel{١٠}}$ × ١٠ × ظتا $\frac{١٨٠}{٥}$

= ١٢٥ ظتا ٣٦° = ١٢٥ ظا ٥٤°

= ١٧٢ سم٢

المساحة الجانبية = محيط القاعدة × طول الارتفاع

= (٥ × ١٠) × ٢٥ = ١٢٥٠سم٢

المساحة الكلية = المساحة الجانبية + ٢ × مساحة القاعدة

= ١٢٥٠ + ٢ × ١٧٢ = ١٢٥٠ + ٣٤٤

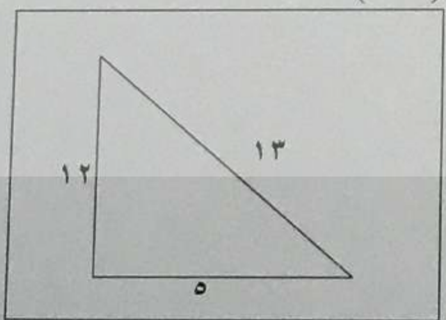
= ١٥٩٤ سم٢

٣- منشور ثلاثي مائل طول حرفه الجانبي ٦سم وقاعدته مثلث اضلاعه ١٣سم ، ١٢سم ، ٥سم إذا كانت مساحته الكلية ٢٤٠ سم٢ فكم محيط مقطعه القائم ؟

الحل :-

(١٢)٢ + (٥)٢ = ١٤٤ + ٢٥ = ١٦٩ = (١٣)٢

المثلث قائم الزاوية



مساحة القاعدة (المثلث) = ½ طول القاعدة × الارتفاع

= ½ × ٥ × ١٢ = ٣٠ سم٢

المساحة الكلية = المساحة الجانبية + ٢ × مساحة القاعدة

٢٤٠ = المساحة الجانبية + ٦٠